

## Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º/11.º anos ou 11.º/12.º anos de Escolaridade

### Prova 835/2.ª Fase

11 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos

## 2008

### COTAÇÕES

1. ....	<b>57 pontos</b>
1.1. ....	8 pontos
1.2. ....	10 pontos
1.3. ....	23 pontos
1.4. ....	16 pontos
2. ....	<b>53 pontos</b>
2.1. ....	13 pontos
2.2. ....	15 pontos
2.3. ....	25 pontos
3. ....	<b>40 pontos</b>
3.1. ....	15 pontos
3.2. ....	25 pontos
4. ....	<b>50 pontos</b>
4.1. ....	16 pontos
4.2. ....	34 pontos
<hr/>	
<b>TOTAL</b> .....	<b>200 pontos</b>

## CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO DA PROVA

As classificações a atribuir às respostas são expressas em números inteiros e resultam da aplicação dos critérios de classificação relativos a cada tipologia de itens:

### Itens de resposta fechada curta

A classificação é atribuída de acordo com os elementos de resposta solicitados e apresentados.

### Itens de resposta aberta

Os critérios de classificação dos itens de resposta aberta apresentam-se organizados por etapas e/ou níveis de desempenho.

A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a quinze pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos:

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de rigor de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No quadro seguinte, apresentam-se critérios de classificação a aplicar às respostas aos itens, em situações não consideradas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Engano na identificação do item a que o examinando está a responder.	Deve ser vista e classificada a resposta se, pela resolução apresentada, for possível identificar inequivocamente o item.
2. Omissão da identificação do item a que o examinando está a responder.	
3. Existência de várias respostas ao mesmo item sem o examinando indicar, de forma inequívoca, aquela que pretende que seja classificada.	Deve ser vista e classificada apenas a resposta que surge em primeiro lugar, na folha de respostas.
4. Existência de elementos de resposta irrelevantes, mas que não contradizem os elementos de resposta relevantes.	Os elementos de resposta irrelevantes devem ser ignorados para efeitos de classificação.
5. Existência de elementos de resposta irrelevantes, mas que contradizem os elementos de resposta relevantes.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
6. Ilegibilidade da resposta.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
7. Utilização de processos de resolução do item não previstos nos critérios específicos.	Deve ser aceite qualquer processo de resolução cientificamente correcto, ainda que não esteja previsto nos critérios específicos de classificação ou contemplado no Programa da disciplina.  O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
8. Utilização de processos de resolução do item que não respeitam as instruções dadas. [Exemplos: «usando métodos analíticos», «recorrendo à calculadora gráfica».]	Devem ser classificadas com zero pontos as respostas em que não é respeitada a instrução, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
9. Apresentação do resultado correcto na resposta, mas com metodologia de resolução incorrecta ou ausente.	A resposta deve ser classificada com zero pontos.
10. Item com etapas.	Em cada etapa correctamente resolvida, a resposta deve ser classificada com a respectiva cotação.  A classificação da resposta ao item resulta da soma algébrica das classificações, obtidas em cada etapa, a qual poderá ser desvalorizada de acordo com os critérios gerais e/ou específicos de classificação.
11. Etapa com passos.	Em cada passo correctamente resolvido, a resposta deve ser classificada com a respectiva cotação.  A classificação na etapa resulta da soma algébrica das classificações dos diferentes passos.
12. Item ou etapa cuja cotação se encontra discriminada por níveis de desempenho.	O classificador deve enquadrar a resposta do examinando numa das descrições apresentadas, não podendo atribuir uma classificação diferente das cotações indicadas.

Situação	Classificação
13. Não são apresentados, explicitamente, todos os passos previstos nos critérios específicos, mas a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que eles foram percorridos.	Deve(m) ser classificado(s) o(s) passo(s) implícito(s), de acordo com os critérios específicos de classificação.
14. Erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	Deve ser desvalorizada, pelo menos, metade da classificação da etapa em que o erro ocorre.
15. Apresentação apenas do resultado final como resposta ao item, quando a respectiva resolução exige cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos à resposta ao item, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
16. Apresentação apenas do resultado final de uma etapa, quando a respectiva resolução exige cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos nessa etapa, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação. Nas etapas subsequentes, as respostas devem ser classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
17. O resultado final apresentado não respeita a forma solicitada no enunciado do item. [Exemplos: é pedido o resultado em percentagem; é pedido o resultado na forma de fracção; é pedido o resultado na forma de dízima.]	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação na etapa correspondente ao resultado final, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
18. O resultado final apresenta um número de casas decimais diferente do solicitado no enunciado do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta.
19. O resultado final está mal arredondado, mas cumpre o número de casas decimais solicitado no enunciado do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta.
20. Na apresentação do resultado final, não está expressa a unidade de grandeza. [Exemplo: «15» em vez de «15 metros».]	Na etapa relativa ao resultado final, a resposta é classificada como se a unidade de medida estivesse indicada, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
21. Apresentação de, pelo menos, um valor intermédio mal arredondado ou que não está de acordo com a instrução dada no enunciado do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta, se nada em contrário for referido no respectivo critério específico de classificação.
22. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta, excepto: <ul style="list-style-type: none"> <li>- se as incorrecções ocorrerem em etapas já classificadas com zero pontos;</li> <li>- no caso de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido utilizado o símbolo de igualdade aproximada.</li> </ul>
23. Transposições erradas de dados do enunciado, que não alteram o grau de dificuldade do item.	Deve ser desvalorizada em um ponto a classificação da resposta.
24. Erro ocasional num cálculo, que não altera o grau de dificuldade do item.	
25. Erro na resolução de uma etapa, que não altera o grau de dificuldade do item, estando todas as etapas subsequentes correctamente resolvidas de acordo com o erro cometido.	Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido.  Nas etapas subsequentes, as respostas devem ser classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação.

Situação	Classificação
26. Concretização de um valor para uma etapa por não a ter conseguido resolver, mas que não altera o grau de dificuldade do item.	<p>Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>Nas etapas subsequentes, as respostas devem ser classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação.</p>
27. Transposição incorrecta de dados do enunciado ou erro na resolução de uma etapa, que diminua o grau de dificuldade das etapas subsequentes que estão correctamente resolvidas de acordo com o erro cometido.	<p>Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>Cabe ao examinador decidir a classificação a atribuir em cada uma das etapas subsequentes, não devendo a classificação máxima a atribuir nestas etapas ser superior a 70% da cotação indicada nos critérios específicos de classificação.</p>
28. Transposição incorrecta de dados do enunciado ou erro na resolução de uma etapa, que diminua significativamente o grau de dificuldade das etapas subsequentes que estão correctamente resolvidas de acordo com o erro cometido.	<p>Nesta etapa, a resposta deve ser classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>A classificação máxima a atribuir em cada uma das etapas subsequentes não deverá exceder metade da cotação indicada nos critérios específicos de classificação.</p>

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

<b>1.1.</b>		<b>8 pontos</b>
	Número de votos obtidos pela cidade de Madrid, em 1. <sup>a</sup> preferência (80) .....	3
	Número de votos obtidos pela cidade de Vigo, em 1. <sup>a</sup> preferência (60) .....	1
	Número de votos obtidos pela cidade de Sevilha, em 1. <sup>a</sup> preferência (40) .....	1
	Número de votos obtidos pela cidade de Granada, em 1. <sup>a</sup> preferência (36) .....	3
<b>1.2.</b>		<b>10 pontos</b>
	Cálculo do número de votos ( $50 + 60 + 40 + 14 + 30 + 22 = 216$ ) .....	2
	Número de votos necessários para obtenção de maioria absoluta $\left(\frac{216}{2} + 1 = 109\right)$ ( <b>ver nota</b> ) .....	8
	<b>Nota:</b> Caso o examinando responda «mais de 108 votos», a classificação a atribuir a esta etapa deve ser três pontos.	
<b>1.3.</b>		<b>23 pontos</b>
	Identifica a primeira cidade a ser eliminada (Granada) .....	2
	Indica o número de votos obtidos, na 1. <sup>a</sup> preferência, por cada cidade, na segunda contagem .....	11
	Madrid ((80 + 14) votos = 94 votos) .....	5
	Sevilha ((40 + 22) votos = 62 votos) .....	5
	Vigo (60 votos) .....	1
	Identifica a cidade com o menor número de votos, na segunda contagem (Vigo) .....	2
	Indica o número de votos obtidos por cada cidade, na terceira contagem .....	6
	Madrid (94 votos) .....	1
	Sevilha ((62 + 60) votos = 122 votos) .....	5
	Resposta solicitada (Sevilha) ( <b>ver nota</b> ) .....	2
	<b>Nota:</b> Caso o examinando apenas indique qual a cidade vencedora, a resposta a este item deve ser classificada com zero pontos.	
<b>1.4.</b>		<b>16 pontos</b>
	Esta questão pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos:	
	<b>1.º Processo:</b>	
	Identifica a percentagem de alunos que votaram (96%) .....	4
	Identifica que 96% correspondem aos 216 alunos que votaram .....	5
	Cálculo do valor solicitado $\left(\frac{100 \times 216}{96}\right)$ .....	6
	Resposta solicitada (225 alunos) .....	1

**2.º Processo:**

Identifica a percentagem de alunos que votaram (96%) .....	4
Identifica que 96% correspondem aos 216 alunos que votaram .....	5
Cálculo do número de alunos que não votaram $\left(\frac{4 \times 216}{96} = 9\right)$ .....	5
Resposta solicitada (225 alunos (216 + 9)) .....	2

<b>2.1.</b> .....	<b>13 pontos</b>
Resposta solicitada ( $y = 8,2x - 3,5$ ) (ver notas 1 e 2) .....	13

**Notas:**

1. Caso o examinando apresente os valores de  $a$  ou de  $b$  com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresente os valores de  $a$  ou de  $b$  mal arredondados, a classificação a atribuir à resposta a este item deve ser desvalorizada em um ponto por cada um desses erros, em cada um dos coeficientes.
2. Caso o examinando apenas indique, correctamente, os valores dos coeficientes  $a$  e  $b$ , a classificação a atribuir à resposta a este item deve ser de oito pontos. Caso os valores não estejam correctamente apresentados, sobre a classificação dos oito pontos, dever-se-á proceder à(s) desvalorização(ões) de acordo com a **nota 1**.

<b>2.2.</b> .....	<b>15 pontos</b>
Constata que $x = 20$ .....	3

Escreve $\frac{125,445}{1 + 18,351 \times e^{-0,355 \times 20}}$ (ver nota 1) .....	4
Resultado solicitado ( $\approx 124$ animais) (ver nota 2) .....	8

**Notas:**

1. O examinando pode recorrer às capacidades da calculadora, desde que explicita como procedeu e, nesse caso, não necessita de apresentar a expressão numérica.
2. Caso o examinando apresente como resposta «123 animais», esta deve ser desvalorizada em um ponto.

<b>2.3.</b> .....	<b>25 pontos</b>
Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:	

*O modelo que interpreta a situação descrita é o modelo logístico.*

*O modelo de regressão linear ajusta-se à nuvem de pontos, mas não interpreta a situação apresentada, tendo em conta que, como se prevê que a capacidade máxima da área protegida seja atingida 25 anos depois da criação desta, com este modelo, nos 25 anos seguintes, a população continuaria a aumentar.*

*O modelo logístico também se ajusta à nuvem de pontos, mas com este modelo, 25 anos depois (previsão para a capacidade máxima) da criação da área protegida, atingem-se os 125 animais e, através dele, o número de animais nunca alcança os 126, pelo que interpreta a situação descrita.*

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo acima ilustra, para que a resposta possa ser considerada correcta e completa, deverá estar de acordo com os seguintes pontos (**ver nota 1**):

- indica o modelo adequado à situação;
- apresenta uma razão para a exclusão do modelo de regressão linear;
- apresenta uma razão que apoia a escolha do modelo logístico.

A classificação a atribuir deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho (**ver notas 2, 3 e 4**).

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis*		
			1	2	3
Níveis	6	Indica que o modelo logístico é o que interpreta a situação descrita. Apresenta, correctamente, as duas razões solicitadas.	22	24	25
	5	Indica que o modelo logístico é o que interpreta a situação descrita. Apresenta, correctamente, a razão relativa à exclusão do modelo de regressão linear e, de forma incompleta, a razão referente à escolha do modelo logístico, ou vice-versa.	18	20	21
	4	Indica que o modelo logístico é o que interpreta a situação descrita. Apresenta, correctamente, somente uma razão.	14	16	17
	3	Indica que o modelo logístico é o que interpreta a situação descrita. Apresenta, de forma incompleta, tanto a razão relativa à exclusão do modelo de regressão linear, como a referente à escolha do modelo logístico.	10	12	13
	2	Indica que o modelo logístico é o que interpreta a situação descrita. Apresenta somente, e de forma incompleta, uma razão.	6	8	9
	1	Indica que o modelo logístico é o que interpreta a situação descrita, mas não justifica ou as justificações apresentadas, nos últimos dois pontos, estão incorrectas.	2	4	5

\* Descritores apresentados no primeiro quadro constante nos Critérios gerais de classificação da prova.

**Notas:**

1. Devem ser aplicados os critérios de classificação descritos para qualquer modelo de regressão linear obtido pelo examinando no item **2.1**. (conforme solicitado no enunciado do item), bem como se este utilizar o modelo de regressão linear facultado no enunciado deste item.
2. Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.
3. No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Nesse caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.
4. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos critérios, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo mais elevado dos dois em causa.



Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

De acordo com os dados apresentados na tabela que consta no enunciado do item, construiu-se a seguinte tabela de frequências relativas, expressas em percentagem.

Intensidade do gosto de ler	Frequências relativas (%)
Não gosto nada de ler.	12
Gosto pouco de ler.	26
Gosto de ler de vez em quando.	44
Gosto muito de ler.	15
Sou viciado na leitura.	3

A moda é a mesma para ambos os sexos, «Gosto de ler de vez em quando.», pois quer a maioria das raparigas (49%) quer a maioria dos rapazes (44%) que responderam à questão afirmaram «Gosto de ler de vez em quando.», sendo as percentagens indicadas as mais elevadas para cada um dos sexos, como se verifica por observação do gráfico e da tabela acima apresentada.

Além disso, as raparigas revelaram ser mais favoráveis à leitura do que os rapazes, já que apenas 14% ((11+3)%) das raparigas que responderam à questão afirmaram «Gosto pouco de ler.» ou «Não gosto nada de ler.», enquanto 38% dos rapazes afirmaram o mesmo.

Assim, a afirmação é verdadeira.

Tal como é exigido no enunciado e o exemplo ilustra, para que a resposta possa ser considerada correcta e completa, deve contemplar os seguintes pontos:

- indicar a moda da intensidade do gosto de ler para ambos os sexos e as respectivas percentagens que fundamentam a resposta;
- verificar que, neste inquérito, as raparigas revelaram um maior gosto pela leitura do que os rapazes, indicando as percentagens que fundamentam a resposta.

E indicar que a afirmação é verdadeira.

A classificação a atribuir deve estar de acordo com os seguintes níveis de desempenho (ver notas 1, 2 e 3 na página seguinte).

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis*		
			1	2	3
Níveis	4	Contempla, correctamente, os dois pontos e indica que a afirmação é verdadeira.	13	14	15
	3	Contempla, correctamente, os dois pontos, mas não indica que a afirmação é verdadeira.	10	11	12
	2	Contempla, correctamente, um ponto e, de forma incompleta, o outro ponto.	7	8	9
	1	Contempla, correctamente, apenas um ponto. <i>ou</i> Contempla, de forma incompleta, ambos os pontos.	4	5	6

\* Descritores apresentados no primeiro quadro constante nos Critérios gerais de classificação da prova.

**Notas:**

1. Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.
2. No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Nesse caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.
3. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos critérios, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo mais elevado dos dois em causa.

**3.2. .... 25 pontos**

Número de alunos que responderam à questão ( $4738 - 25 = 4713$ ) ..... 3

Identifica os valores de  $\hat{p}$ ,  $z$  e  $n$  do intervalo  $\left[ \hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$  .. 16

$\hat{p} = \frac{221}{4713}$  ..... 10

Identifica o número de casos favoráveis (221) ..... 3

Identifica o número de casos possíveis (4713) ..... 5

Valor do parâmetro  $\hat{p}$  (**ver nota**) ..... 2

$z = 1,960$  ..... 2

$n = 4713$  ..... 4

Intervalo de confiança ( $]0,041; 0,053[$ ) ..... (3 + 3) ..... 6

**Nota:** O examinando pode apresentar o valor de  $\hat{p}$  na forma de dízima.

**4.1. .... 16 pontos**

Valor da probabilidade solicitada ..... 16

Identifica o número de casos favoráveis (7) ..... 7

Identifica o número de casos possíveis (36) ..... 7

Valor da probabilidade solicitada  $\left( \frac{7}{36} \right)$  ..... 2

**4.2. .... 34 pontos**

Indica que a variável aleatória  $X$  toma o valor 0 ou 1 ou 2 ..... (4 + 2 + 2) ..... 8

Valor de  $P(X = 0)$  (**ver nota 1**) ..... 7

Identifica o número de casos favoráveis ( $20 \times 19$ ) ..... (1 + 2) ..... 3

Identifica o número de casos possíveis ( $35 \times 34$ ) ..... (1 + 1) ..... 2

Valor de  $P(X = 0)$   $\left( \frac{38}{119}$  ou fracção equivalente ) (**ver nota 2**) ..... 2

Valor de  $P(X = 1)$  (**ver nota 1**) ..... 9

Identifica o número de casos favoráveis ( $2 \times 15 \times 20$ ) .. (2 + 1 + 2) .. 5

Identifica o número de casos possíveis ( $35 \times 34$ ) ..... (1 + 1) ..... 2

Valor de  $P(X = 1)$   $\left( \frac{60}{119}$  ou fracção equivalente ) (**ver nota 2**) ..... 2

Valor de  $P(X = 2)$  (ver nota 1) ..... 7

Identifica o número de casos favoráveis ( $15 \times 14$ ) ..... (1 + 2) ..... 3

Identifica o número de casos possíveis ( $35 \times 34$ ) ..... (1 + 1)..... 2

Valor de  $P(X = 2)$   $\left( \frac{3}{17}$  ou fracção equivalente ) (ver nota 2) ..... 2

Tabela solicitada (ver nota 3) ..... 3

**Notas:**

1. Caso o examinando calcule, por exemplo,  $P(X = 1) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 2))$ , a classificação a atribuir é a mesma que a descrita neste processo.
2. Caso o examinando não apresente na forma solicitada o valor de alguma das probabilidades, a resposta ao item deve ser desvalorizada em somente um ponto.
3. Apresenta-se um exemplo de resposta.

$x_i$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
$P(X = x_i)$	$\frac{38}{119}$	$\frac{60}{119}$	$\frac{3}{17}$