

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º/11.º Anos ou 11.º/12.º Anos de Escolaridade

Prova 835/1.ª Fase

9 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2009

COTAÇÕES

1.	20 pontos
2.	20 pontos
3.	35 pontos
3.1.	15 pontos
3.2.	20 pontos
4.	65 pontos
4.1.	10 pontos
4.2.	15 pontos
4.2.1.	10 pontos
4.2.2.	5 pontos
4.3.	25 pontos
4.4.	15 pontos
5.	60 pontos
5.1.	20 pontos
5.2.	25 pontos
5.3.	15 pontos
TOTAL	200 pontos

**A classificação da prova deve respeitar integralmente
os critérios gerais e específicos a seguir apresentados**

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada item é obrigatoriamente:

- um número inteiro;
- um dos valores resultantes da aplicação dos critérios gerais e específicos de classificação e previstos na respectiva grelha de classificação.

As respostas que se revelem ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de um item, o mesmo pode ser classificado se, pela resposta apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser apenas considerada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a 15 pontos que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação em língua portuguesa. A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Nos itens fechados de resposta curta, caso a resposta contenha elementos que excedam o solicitado, só são considerados para efeito de classificação os elementos que satisfaçam o que é pedido, segundo a ordem pela qual são apresentados na resposta. Porém, se os elementos referidos revelarem uma contradição entre si, a classificação a atribuir é de zero pontos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual se subtraem, eventualmente, um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e/ou 19.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 9, 10 e/ou 19.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
6. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [por exemplo, «usando métodos analíticos»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário, no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário, no critério específico de classificação.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
9. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
10. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
11. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
12. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação; - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	Se, à resolução da etapa, faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário, a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
17. Apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> - se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos; - nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1. 20 pontos

Para que a resposta possa ser considerada correcta e completa, deve estar de acordo com os seguintes pontos:

1. Apresentar a distribuição dos 9 lugares pelos diferentes concorrentes, aplicando o método de Hondt 9 pontos

Dividir o número de votos de cada partido por 1 1

Dividir o número de votos de cada partido por 2 2

Dividir o número de votos de cada partido por 3 2

Distribuir os lugares (**ver nota 1**) 4

[Partido A (3 lugares); Partido B (3 lugares); Partido C (0 lugares); Partido D (3 lugares); e Partido E (0 lugares)]

2. Apresentar a distribuição dos 9 lugares pelos diferentes concorrentes, aplicando o método de Hamilton 9 pontos

Calcular o divisor padrão $\left(\frac{1433}{9}\right)$ (**ver nota 2**) 3

Calcular as quotas padrão (**ver nota 2**) 2

Distribuir os lugares (**ver nota 1**) 4

[Partido A (3 lugares); Partido B (3 lugares); Partido C (0 lugares); Partido D (3 lugares); e Partido E (0 lugares)]

3. Concluir que os resultados são idênticos 2 pontos

Notas:

1. Caso o examinando não apresente a distribuição dos partidos C e E, a classificação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.
2. Caso o examinando apresente o(s) valor(es) com uma ou mais casas decimais, a classificação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

2. 20 pontos

Determinar o número de pontos da Ana ($25 \times 3 + 40 \times 1 + 15 \times 2 + 10 \times 2 + 5 \times 1 = 170$) 4 pontos

Determinar o número de pontos da Inês ($25 \times 2 + 40 \times 3 + 15 \times 3 + 10 \times 1 + 5 \times 2 = 235$) 4 pontos

Determinar o número de pontos do Nuno ($25 \times 4 + 40 \times 2 + 15 \times 4 + 10 \times 3 + 5 \times 3 = 285$) 4 pontos

Determinar o número de pontos do Pedro ($25 \times 1 + 40 \times 4 + 15 \times 1 + 10 \times 4 + 5 \times 4 = 260$) 4 pontos

Indicar o vencedor (Nuno) 4 pontos

3.1. **15 pontos**

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Considerando os acontecimentos A : «ter cabelo loiro» e B : «ser rapariga», então:

$$p(A) = p(B) \times p(A | B) + p(\bar{B}) \times p(A | \bar{B}) =$$

$$= 0,60 \times 0,25 + 0,40 \times 0,125 = 0,2$$

Logo, $p(A) = 0,2$.

A classificação faz-se de acordo com as seguintes etapas:

Determinar $p(B) \times p(A | B)$ 6 pontos

Determinar $p(\bar{B}) \times p(A | \bar{B})$ 6 pontos

Determinar $p(A) = p(B) \times p(A | B) + p(\bar{B}) \times p(A | \bar{B})$ 3 pontos

3.2. **20 pontos**

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Considerando os acontecimentos B : «ser rapariga» e C : «ter cabelo preto», então:

$$p(B | C) = \frac{p(B) \times p(C | B)}{p(B) \times p(C | B) + p(\bar{B}) \times p(C | \bar{B})}$$

$$p(B | C) = \frac{0,6 \times 0,25}{0,6 \times 0,25 + 0,4 \times 0,375}$$

$$p(B | C) = \frac{1}{2}$$

Logo, $p(B | C) = 0,5$.

A classificação faz-se de acordo com as seguintes etapas:

Determinar $p(B) \times p(C | B)$ 7 pontos

Determinar $p(B) \times p(C | B) + p(\bar{B}) \times p(C | \bar{B})$ 7 pontos

Determinar $p(B | C) = \frac{p(B) \times p(C | B)}{p(B) \times p(C | B) + p(\bar{B}) \times p(C | \bar{B})}$ 6 pontos

4.1. 10 pontos

Apresentar o coeficiente de correlação linear ($r = 0,9$) (**ver nota**)..... 4 pontos

Classificar o tipo de associação linear entre as variáveis (positivo)..... 2 pontos

Classificar o grau de associação linear entre as variáveis (elevada)..... 2 pontos

Justificar a forma como classificou o tipo e o grau de associação linear entre as variáveis (aos maiores valores de x correspondem, em média, os maiores valores de y) 2 pontos

Nota: Esta questão pode ser resolvida analiticamente ou utilizando a calculadora.

4.2.1. 10 pontos

Apresentar as listas que introduziu na calculadora 2 pontos

Apresentar o valor de a ($a = 0,1656$) 4 pontos

Apresentar o valor de b ($b = 185,1833$) 4 pontos

4.2.2. 5 pontos

Substituir x por 1750 (**ver nota**) 2 pontos

Calcular o valor das despesas mensais com a alimentação (€475) 3 pontos

Nota: Se o examinando usar correctamente os valores de a e b do item 4.2.1., ou os valores de $a = 0,1705$ e de $b = 177,0151$, a sua resposta deve ser classificada na totalidade.

4.3. 25 pontos

Apresenta-se em seguida um exemplo de resposta:

Antes da alteração do rendimento do agregado familiar do António, os valores da média e da mediana do rendimento mensal dos doze agregados familiares são, respectivamente, em euros, $\bar{x} = 1712,5$ e $M_e = 1575$.

Após a alteração do rendimento do agregado familiar do António, os valores da média e da mediana do rendimento mensal dos doze agregados familiares são, respectivamente, em euros, $\bar{x} \cong 2145,83$ e $M_e = 1575$.

As medidas de localização que representam o melhor possível os dados, antes da alteração do rendimento do agregado familiar do António, são a média e a mediana. No entanto, a média é uma medida de localização muito sensível a variações, pelo que, após a alteração do rendimento do agregado familiar do António, a média dos rendimentos mensais ficou muito elevada, deixando de constituir uma boa representação dos dados da tabela.

Tal como o exemplo ilustra, para que a resposta a esta questão possa ser considerada correcta e completa, deve estar de acordo com os seguintes pontos:

1. indicar os valores da média e da mediana do rendimento mensal dos doze agregados familiares, antes da alteração do rendimento do agregado familiar do António (**ver nota**);
2. indicar os valores da média e da mediana do rendimento mensal dos doze agregados familiares, após a alteração do rendimento do agregado familiar do António (**ver nota**);
3. indicar as medidas de localização que representam o melhor possível os dados, antes e após a alteração do rendimento do agregado familiar do António, em virtude da fragilidade da média relativamente ao aumento de um valor.

A classificação faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa		Níveis*			
		1	2	3	
Níveis	3	Apresentar correctamente três pontos.	22	23	25
	2	Apresentar correctamente dois pontos.	14	15	17
	1	Apresentar correctamente um ponto.	6	7	9

* Descritores apresentados no primeiro quadro constante dos Critérios Gerais de Classificação da prova.

Nota: Esta questão pode ser resolvida analiticamente ou utilizando a calculadora.

4.4. **15 pontos**

Identificar os valores de \bar{x} , s , z e n

no intervalo $\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$ 9 pontos

$\bar{x} = 270$ 2

$s = 100$ 2

$z = 1,960$ 3

$n = 50$ 2

Apresentar o intervalo de confiança $(]242,28; 297,72[)$ (**ver nota**) .. (3 + 3) .. 6 pontos

Nota: Caso o examinando não apresente os valores dos extremos do intervalo na forma solicitada, por cada valor incorrectamente arredondado, a etapa deve ser desvalorizada em um ponto.

5.1. 20 pontos

Completar os vencimentos na situação A (€1280)	2 pontos
Completar os vencimentos na situação B	18 pontos
Indicar o vencimento no 2.º mês de trabalho (€495)	6
Indicar o vencimento no 3.º mês de trabalho (€544,5)	6
Indicar o vencimento no 4.º mês de trabalho (€598,95)	6

5.2. 25 pontos

Determinar o vencimento na situação A, no 12.º mês (€1280)	2 pontos
Determinar o vencimento na situação C, no 12.º mês ($V_{12} \approx \text{€}1368,27$) (ver nota 1)	5 pontos
Determinar a soma total a receber, no 1.º ano, na situação A (€15 360)	3 pontos
Determinar a soma total a receber, no 1.º ano, na situação C ($\approx \text{€}12 734$) (ver nota 2)	7 pontos
Determinar a soma total a receber em 5 anos, na situação A (€76 800)	3 pontos
Determinar a soma total a receber em 5 anos, na situação C ($\approx \text{€}78 411$) (ver nota 3)	3 pontos
Concluir que a melhor situação, neste período de tempo, é a situação C	2 pontos

Notas:

1. Caso o examinando encontre para V_{12} um valor pertencente ao intervalo $[1368; 1368,30]$, a classificação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.
2. Caso o examinando encontre para a soma total a receber no 1.º ano, na situação C, um valor pertencente ao intervalo $[12 730; 12 735]$, a classificação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.
3. Caso o examinando encontre para a soma total a receber em 5 anos, na situação C, um valor pertencente ao intervalo $[78 395; 78 415]$, a classificação a atribuir a esta etapa não deve ser desvalorizada.

5.3. 15 pontos

Calcular 17% de €1280 (€217,60)	10 pontos
Calcular o valor recebido no primeiro mês (€1062,40)	5 pontos
ou	
Indicar a percentagem da parte a receber no 1.º mês (83%)	5 pontos
Calcular o valor recebido no primeiro mês (€1062,40)	10 pontos