

Prova Escrita de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

10.º/11.º Anos ou 11.º/12.º Anos de Escolaridade

Prova 835/2.ª Fase

9 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2009

COTAÇÕES

1.	55 pontos
1.1.	20 pontos
1.2.	20 pontos
1.3.	15 pontos
2.	45 pontos
2.1.	20 pontos
2.2.	25 pontos
3.	65 pontos
3.1.	20 pontos
3.1.1.	10 pontos
3.1.2.	10 pontos
3.2.	25 pontos
3.3.	20 pontos
4.	20 pontos
5.	15 pontos
TOTAL	200 pontos

A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e específicos a seguir apresentados

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada item é obrigatoriamente:

- um número inteiro;
- um dos valores resultantes da aplicação dos critérios gerais e específicos de classificação e previstos na respectiva grelha de classificação.

As respostas que se revelem ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de um item, o mesmo pode ser classificado se, pela resposta apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser apenas considerada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a 15 pontos que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação em língua portuguesa. A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade não implique a perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Nos itens fechados de resposta curta, caso a resposta contenha elementos que excedam o solicitado, só são considerados para efeito de classificação os elementos que satisfaçam o que é pedido, segundo a ordem pela qual são apresentados na resposta. Porém, se os elementos referidos revelarem uma contradição entre si, a classificação a atribuir é de zero pontos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual se subtraem, eventualmente, um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 14 e/ou 19.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 9, 10 e/ou 19.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
6. Utilização de processos de resolução que não respeitam as instruções dadas [por exemplo, «usando métodos analíticos»].	A etapa em que a instrução não é respeitada é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário, no critério específico de classificação.
7. Ausência de apresentação dos cálculos e/ou das justificações necessárias à resolução de uma etapa*.	A etapa é classificada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam, salvo se houver indicação em contrário, no critério específico de classificação.
8. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permitir perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
9. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
10. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
11. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

Situação	Classificação
12. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	<p>A etapa é classificada de acordo com o erro cometido.</p> <p>As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido:</p> <ul style="list-style-type: none"> - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação; - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
13. Resolução incompleta de uma etapa.	Se, à resolução da etapa, faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário, a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
14. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
15. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplos: é pedido o resultado na forma de fracção, e a resposta apresenta-se na forma de dízima; é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros»].	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
17. Apresentação do resultado final com aproximação, quando deveria ter sido apresentado o valor exacto.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
18. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
19. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	<p>É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto:</p> <ul style="list-style-type: none"> - se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos; - nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

1.1. 20 pontos

Tal como é exigido no enunciado, para que a resposta possa ser considerada correcta e completa deve estar de acordo com os seguintes pontos:

1. Calcular o número de lugares atribuídos aos representantes de cada modalidade antes de se agruparem Golfe e Ténis 10 pontos
 - Dividir o número de praticantes das modalidades por 1 1
 - Dividir o número de praticantes das modalidades por 2 2
 - Dividir o número de praticantes das modalidades por 3 2
 - Dividir o número de praticantes das modalidades por 4 2
 - Distribuir os lugares pelas modalidades (**ver nota**) 3

[Basquetebol (3 lugares); Futebol (4 lugares); Ténis (1 lugar);
Golfe (0 lugares); Râguebi (4 lugares)]
2. Calcular o número de lugares atribuídos aos representantes de cada modalidade depois de se agruparem Golfe e Ténis 6 pontos
 - Dividir o número de praticantes de Golfe e Ténis por 1 1
 - Dividir o número de praticantes de Golfe e Ténis por 2 2
 - Distribuir os lugares pelas modalidades 3

[Basquetebol (3 lugares); Futebol (4 lugares); Ténis + Golfe (2 lugares)
Râguebi (3 lugares)]
3. Concluir que agrupar é vantajoso porque todas as modalidades passam a ter representação e porque os lugares passam a estar distribuídos pelas modalidades de forma mais equilibrada 4 pontos

Nota: Caso o examinando não apresente os lugares atribuídos a Golfe, a classificação a atribuir nesta etapa não deve ser desvalorizada.

1.2. 20 pontos

- Determinar o valor recebido pela modalidade Basquetebol 4 pontos
 - Escrever a fracção $\left(\frac{186}{731}\right)$ 2
 - Indicar a quantia atribuída (€ 2790) 2
- Determinar o valor recebido pela modalidade Futebol 4 pontos
 - Escrever a fracção $\left(\frac{218}{731}\right)$ 2
 - Indicar a quantia atribuída (€ 3270) 2

Determinar o valor recebido pela modalidade Ténis	4 pontos
Escrever a fracção $\left(\frac{91}{731}\right)$	2
Indicar a quantia atribuída (€ 1365)	2
Determinar o valor recebido pela modalidade Golfe	4 pontos
Escrever a fracção $\left(\frac{45}{731}\right)$	2
Indicar a quantia atribuída (€ 675)	2
Determinar o valor recebido pela modalidade Rêguebi.....	4 pontos
Escrever a fracção $\left(\frac{191}{731}\right)$	2
Indicar a quantia atribuída (€ 2865)	2
1.3.	15 pontos
Determinar o número de casos favoráveis (191×190)	6 pontos
Determinar o número de casos possíveis (731×730)	6 pontos
Determinar a probabilidade solicitada (6,8%)	3 pontos
2.1.	20 pontos
Referir que os circuitos que permitem ao camionista cumprir, em simultâneo, as três condições devem ser circuitos de Euler	10 pontos
Justificar que o grafo da figura 1 não admite circuitos de Euler	10 pontos
Referir que o grafo é conexo	5
Referir que nem todos os vértices são de grau par	5
2.2.	25 pontos
Indicar o número de circuitos distintos possíveis e as respectivas extensões	10 pontos
Referir que existem 3 circuitos possíveis com extensões distintas	4
Referir as extensões dos circuitos:	
S-E-VR-P-S (ou S-P-VR-E-S): 1264 km	2
S-VR-E-P-S (ou S-P-E-VR-S): 1932 km	2
S-VR-P-E-S (ou S-E-P-VR-S): 1262 km	2
Calcular o preço a pagar pelo menor circuito	15 pontos
Determinar o preço total (€ 2524)	5
Determinar o valor correspondente a 8% do preço total (€ 201,92)	5
Indicar o preço mínimo (€ 2322,08)	5
ou	
Determinar o preço total (€ 2524)	5
Determinar o preço a pagar, após o desconto ($€ 2524 \times 0,92$)	10

3.1. 20 pontos

3.1.1. 10 pontos

Determinar as frequências relativas simples (f_{ri}) (ver nota) 5

Determinar as frequências relativas acumuladas (F_{ri}) (ver nota) 5

x_i	f_{ri}	F_{ri}
10	0,04	0,04
11	0,08	0,12
12	0,16	0,28
13	0,48	0,76
14	0,12	0,88
15	0,08	0,96
16	0,04	1

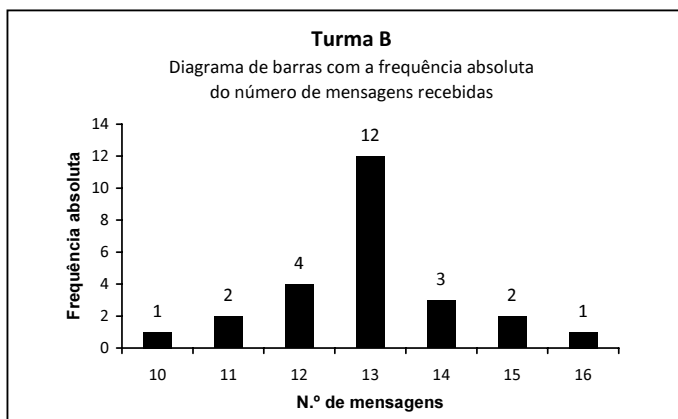
Nota: Se o examinando apresentar as frequências relativas em percentagem, a etapa não deve ser desvalorizada.

3.1.2. 10 pontos

Identificar correctamente os eixos coordenados 2

Manter a largura das barras 4

Desenhar correctamente a altura das barras 4



3.2. 25 pontos

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Para a turma A, o valor da média (\bar{x}) e o do desvio padrão (s) são:

$$\bar{x} = 12,96 \text{ e } s \approx 3,39 .$$

Para a turma B, o valor da média (\bar{x}) e o do desvio padrão (s) são:

$$\bar{x} = 12,96 \text{ e } s = 1,28 .$$

Depois de ter calculado a média e o desvio padrão do número de mensagens recebidas pelo conjunto das duas turmas, a Marta comentou que a média do número de mensagens recebidas pelos alunos da turma A e a média do número de mensagens recebidas pelos alunos da turma B são iguais, mas o mesmo não acontece com os desvios padrão. O António, depois de observar as representações gráficas, verificou que, na turma B, o número de mensagens está mais concentrado em torno da média do que na turma A, o que indica a existência de desvios padrão diferentes nas duas amostras.

Tal como o exemplo ilustra, para que a resposta a esta questão possa ser considerada correcta e completa, deve estar de acordo com os seguintes pontos:

1. indicar o valor da média e o do desvio padrão do número de mensagens recebidas pelo conjunto de alunos da Turma A (**ver notas 1 e 2**);
2. indicar o valor da média e o do desvio padrão do número de mensagens recebidas pelo conjunto de alunos da Turma B (**ver notas 1 e 2**);
3. justificar o facto de, na turma B, o número de mensagens recebidas estar mais concentrado em torno da média do que na turma A.

A classificação faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa		Níveis*				
		1	2	3		
Níveis	3	Apresentar correctamente três pontos.		22	23	25
	2	Apresentar correctamente dois pontos.		14	15	17
	1	Apresentar correctamente um ponto.		6	7	9

* Descritores apresentados no primeiro quadro constante dos Critérios Gerais de Classificação da prova.

Notas:

1. Esta questão pode ser resolvida analiticamente ou utilizando a calculadora.
2. Caso o examinando não apresente ambos os valores solicitados, média e desvio padrão, a etapa deve ser classificada com zero pontos.

3.3. **20 pontos**

Identificar os valores de \hat{p} , z e n no intervalo

$$\left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p} \times (1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p} \times (1 - \hat{p})}{n}} \right] \dots\dots\dots 14 \text{ pontos}$$

$$\hat{p} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 10$$

Indicar o numerador da fracção (125) 3

Indicar o denominador da fracção (250) 3

Indicar o valor de \hat{p} 4

$z = 1,960$ 2

$n = 250$ 2

Apresentar o intervalo de confiança ($]0,44; 0,56[$) (**ver nota**) (3 + 3) 6 pontos

Nota: Caso o examinando não apresente os valores dos extremos do intervalo na forma solicitada, por cada valor incorrectamente arredondado, a etapa deve ser desvalorizada em um ponto.

4. 20 pontos

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

Considerando os acontecimentos A: «O televisor escolhido é fabricado pela fábrica Alfa»

e N: «O televisor escolhido destina-se ao mercado nacional», então:

$$p(N) = p(A) \times p(N | A) + p(\bar{A}) \times p(N | \bar{A}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{24}$$

Pela regra de Bayes,

$$p(A|N) = \frac{p(A) \times p(N | A)}{p(A) \times p(N | A) + p(\bar{A}) \times p(N | \bar{A})} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{\frac{7}{24}} = \frac{4}{7}$$

Logo, $p(A|N) = \frac{4}{7}$.

Determinar $p(N)$ 10 pontos

Determinar $p(A) \times p(N | A)$ 5 pontos

Determinar $p(A | N)$ 5 pontos

5. 15 pontos

Determinar $P(0)$ (10 217,5714, número de residentes no final de 2000) (**ver nota**) 5 pontos

Determinar $P(7)$ (10 501,7639, número de residentes no final de 2007) (**ver nota**) 5 pontos

Determinar o resultado ($P(7) - P(0) = 284$) 5 pontos

Nota: Esta questão pode ser resolvida analiticamente ou utilizando a calculadora.