

Prova Escrita de Matemática B

11.º/12.º Anos de Escolaridade

Prova 735/2.ª Fase

12 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2009

COTAÇÕES

GRUPO I	30 pontos
1.	15 pontos
2.	15 pontos
GRUPO II	35 pontos
1.	15 pontos
2.	20 pontos
GRUPO III	45 pontos
1.	15 pontos
2.	10 pontos
3.	20 pontos
GRUPO IV	50 pontos
1.	30 pontos
1.1.	15 pontos
1.2.	15 pontos
2.	20 pontos
GRUPO V	40 pontos
1.	20 pontos
2.	20 pontos
TOTAL	200 pontos

**A classificação da prova deve respeitar integralmente
os critérios gerais e específicos a seguir apresentados**

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada item é obrigatoriamente:

- um número inteiro;
- um dos valores resultantes da aplicação dos critérios gerais e específicos de classificação e previstos na respectiva grelha de classificação.

As respostas que se revelem ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de um item, o mesmo pode ser classificado se, pela resposta apresentada, for possível identificá-lo inequivocamente.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser apenas considerada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação destes itens apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Nos itens que apresentam critérios específicos de classificação organizados por níveis de desempenho é atribuída, a cada um desses níveis, uma única pontuação. No caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. É classificada com zero pontos qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina.

Nos itens de resposta aberta com cotação igual ou superior a 20 pontos que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

Nível	Descritor
3	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
2	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
1	Composição sem estruturação aparente, com a presença de erros graves de sintaxe, pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos.

Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação de um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da resposta resulta da soma das classificações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtraem um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 12 e/ou 16.
2. Classificação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a classificação máxima que lhe é atribuível. A classificação da etapa resulta da soma das classificações dos diferentes passos.
3. Classificação de um item ou de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas. À classificação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 7, 8 e/ou 16.
4. Utilização de processos de resolução não previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto. O critério específico deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, embora a resolução do item exija cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
6. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permite perceber, inequivocamente, que a etapa foi percorrida, a mesma é classificada com a cotação total para ela prevista.
7. Transposição incorrecta de dados do enunciado.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à classificação da etapa. Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a classificação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira da metade da cotação prevista.
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à classificação da etapa em que o erro ocorre.
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A classificação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

Situação	Classificação
10. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	A etapa é classificada de acordo com o erro cometido. As etapas subsequentes são classificadas de acordo com os efeitos do erro cometido: - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são classificadas de acordo com os critérios específicos de classificação; - se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a classificação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
11. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à classificação da etapa; caso contrário a classificação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
13. A apresentação do resultado final não respeita a forma solicitada. [Exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e o examinando apresenta-o em metros.]	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final [por exemplo, «15» em vez de «15 metros».]	A etapa relativa à apresentação do resultado final é classificada com a cotação total para ela prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à classificação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto: - se as incorrecções ocorrerem apenas em etapas já classificadas com zero pontos; - nos casos de uso do símbolo de igualdade quando, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas», por razões de simplificação da apresentação.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. **15 pontos**

Indica os casos possíveis (**ver nota 1**) 5 pontos

Preenche a tabela ... 10 ($2 + 2 + 2 + 2 + 2$) (**ver nota 2**) 10 pontos

x_i	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,25	0,25	0,3125	0,125	0,0625

Notas:

1. O examinando pode limitar-se a apresentar, por exemplo, uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore, para indicar os casos possíveis.
2. Se o examinando apresentar alguma das probabilidades pedidas na forma de fracção, a classificação nesta etapa deve ser desvalorizada em um ponto.

2. **15 pontos**

Escreve a expressão $1 \times 0,55 + 2 \times 0,20 + 3 \times 0,25$ (ou equivalente) (**ver nota**).. 10 pontos

Determina a média (1,7) 5 pontos

Nota: Se o examinando se limitar a escrever a expressão $1 \times 55 + 2 \times 20 + 3 \times 25$ (ou equivalente), esta etapa deve ser classificada em 5 pontos.

GRUPO II

1. **15 pontos**
 Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo (de acordo com a sugestão):

Subdividir o quadrado $[ABCD]$ em quatro quadrados $[APOS]$, $[BQOP]$, $[QCRO]$, $[SORQ]$, sendo O o centro do quadrado $[ABCD]$ 5 pontos

Referir que cada um destes quadrados está dividido em dois triângulos congruentes, sendo um deles sombreado e o outro não sombreado..... 8 pontos

Concluir que $A_{[PQRS]} = \frac{A_{[ABCD]}}{2}$ 2 pontos

2.º Processo (de acordo com a sugestão):

Subdividir o quadrado $[ABCD]$ em dois rectângulos congruentes (por exemplo, $[APRD]$ e $[PBCR]$) 5 pontos

Referir que em cada um dos rectângulos, a área do triângulo sombreado inscrito é metade da área do rectângulo 8 pontos

Concluir que $A_{[PQRS]} = \frac{A_{[ABCD]}}{2}$ 2 pontos

3.º Processo (ver nota):

Calcular a área do quadrado $[ABCD]$... (ℓ^2) 3 pontos

Calcular a área do triângulo $[PBQ]$ ou de outro triângulo congruente a $[PBQ]$ 7 pontos

Considerar $\overline{PB} = \overline{BQ} = \frac{\ell}{2}$ 2 pontos

Escrever $A_{[PBQ]} = \frac{\frac{\ell}{2} \times \frac{\ell}{2}}{2}$ (ou equivalente) 2 pontos

Concluir que $A_{[PBQ]} = \frac{\ell^2}{8}$ 3 pontos

Determinar a expressão da área da região não sombreada $\left(\frac{4\ell^2}{8} \text{ ou } \frac{\ell^2}{2}\right)$ 3 pontos

Concluir que $A_{[PQRS]} = \frac{A_{[ABCD]}}{2}$ 2 pontos

Nota: No caso de o examinando particularizar, atribuindo um valor numérico a ℓ (número real positivo), e na resolução seguir o processo indicado, então as cotações máximas das sucessivas etapas passam de $(3 + 7 (2 + 2 + 3) + 3 + 2)$ para $(1 + 3 (1 + 1 + 1) + 1 + 2)$, num total de 7 pontos.

4.º Processo (ver nota):

Calcular a área do quadrado $[ABCD]$... (ℓ^2) 3 pontos

Calcular a área do quadrado $[PQRS]$, aplicando o Teorema de Pitágoras 10 pontos

Escrever $\overline{PQ}^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2$ (ou equivalente) 4 pontos

Escrever $\overline{PQ}^2 = \frac{\ell^2}{4} + \frac{\ell^2}{4}$ (ou equivalente) 3 pontos

Escrever $\overline{PQ}^2 = \frac{\ell^2}{2}$ (ou equivalente) 3 pontos

Concluir que $A_{[PQRS]} = \frac{A_{[ABCD]}}{2}$ 2 pontos

Nota: No caso de o examinando particularizar, atribuindo um valor numérico a ℓ (número real positivo) e na resolução seguir o processo indicado, então as cotações máximas das sucessivas etapas passam de $(3 + 10 (4 + 3 + 3) + 2)$ para $(1 + 4 (2 + 1 + 1) + 2)$, num total de 7 pontos.

2. 20 pontos

Mostra que 8 é o valor do primeiro termo da sequência 4 pontos

Mostra que são seis os termos da sequência (**ver nota**) 6 pontos

Nota: Se o examinando considerar que são três os termos da sequência, esta etapa deve ser classificada com zero pontos. Relativamente à classificação da última etapa, deve ser aplicado o critério 10 dos critérios gerais de classificação.

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Escrever: 8; 4; 2; 1; 0,5; 0,25 6 pontos

2.º Processo:

Escrever a condição $8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 0,25$ (ou equivalente) 3 pontos

Resolver a condição ($n = 6$) 3 pontos

Somar os seis termos 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Escrever $8 + 4 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25$ 6 pontos

Calcular a soma (15,75) 4 pontos

2.º Processo:

Escrever $S_6 = 8 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6}{1 - \frac{1}{2}}$ 4 pontos

Obter $S_6 = 8 \times \frac{1 - \frac{1}{64}}{\frac{1}{2}}$ (ou equivalente)..... 4 pontos

Concluir que $S_6 = 15,75$ $\left(\text{ou } \frac{63}{4}\right)$ 2 pontos

GRUPO III

1. **15 pontos**

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

1.º Processo:

Determina a medida de um dos lados da tapeçaria $(x - 1)$ 5 pontos

Determina a medida de outro lado não paralelo $(11 - x)$ 10 pontos

Escreve $\frac{26 - 2x}{2} - 2$ (ou equivalente) 7 pontos

Simplifica a expressão escrita $(11 - x)$ 3 pontos

2.º Processo:

Mostra que $(x - 1) + (x - 1) + (11 - x) + (11 - x) = 20$ (ou equivalente).. 8 pontos

Explica a diferença $26 - 20$, pelas dimensões das margens 7 pontos

3.º Processo:

Escreve $(x - 1) + 1$ (ou equivalente), para a medida de um lado do mural 4 pontos

Escreve $(11 - x) + 2$ (ou equivalente), para a medida do outro lado do mural 4 pontos

Mostra que $2 [(x - 1) + 1] + 2 [(11 - x) + 2] = 26$ 7 pontos

2. **10 pontos**

Determina a área da tapeçaria $(-x^2 + 12x - 11)$ 10 pontos

Escreve $(x - 1)(11 - x)$ 4 pontos

Desembaraça de parêntesis 3 pontos

Simplifica a expressão 3 pontos

3. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo:

Apresentar o gráfico da função A 15 pontos

Respeitar o domínio de A (**ver nota 1**) 5 pontos

Assinalar a ordenada do vértice da parábola 2 pontos

Assinalar a abcissa do vértice da parábola 4 pontos

Respeitar a forma parabólica 4 pontos

Indicar o maximizante da função (**ver nota 2**) ($x = 6$) 5 pontos

Notas:

1. No caso de algum dos pontos de coordenadas $(1, 0)$ e $(11, 0)$ não ser assinalado com bola aberta, a classificação desta etapa deve ser desvalorizada em um ponto.
2. Não deve ser desvalorizada uma resposta que difira de 6, no máximo, numa décima. Qualquer outra resposta deve ser classificada com zero pontos.

2.º Processo:

Referir que o gráfico da função A é uma parábola com a concavidade voltada para baixo 5 pontos

Concluir que o vértice da parábola tem abcissa 6 10 pontos

Concluir que 6 é o maximizante da função 5 pontos

GRUPO IV

1. **30 pontos**

1.1. 15 pontos

Indica a percentagem observada no gráfico (8) 3 pontos

Calcula $P(8)$ (3,92) 7 pontos

Calcula a diferença entre o valor observado e $P(8)$ (4,1) (ver nota)..... 5 pontos

Nota: Se o examinando responder $(-4,1)$, esta etapa deve ser classificada com 3 pontos.

1.2. 15 pontos

Determina $P(1) = 26,6723$ (ver nota 1) 6 pontos

Determina 26,6723% de 216 6 pontos

Conclui (57 ou 58) ou conclui (58) (ver nota 2)..... 3 pontos

Notas:

1. Se o examinando considerar $P(1) = 29$, utilizando o gráfico em vez do modelo, esta etapa deve ser classificada com 2 pontos.

2. Se o examinando concluir «57», esta etapa deve ser classificada com 2 pontos.

2. **20 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo (ver nota):

Por substituição, verificar que $P(7) \approx 0,058$ 15 pontos

Concluir a unicidade 5 pontos

Nota: Este processo pode ser executado recorrendo à tabela referente à função $P(x) = \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$, obtida na calculadora gráfica.

2.º Processo:

Escrever a condição $\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 0,058$ 5 pontos

Apresentar o gráfico da função definida por $P(x) = \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$, num subconjunto de $]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$ que inclua o conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 5 pontos

Esboçar a recta de equação $y = 0,058$ 3 pontos

Assinalar a abcissa do ponto de intersecção 2 pontos

Concluir que se trata do algarismo 7 5 pontos

3.º Processo:

- Escrever a condição $\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 0,058$ 5 pontos
- Resolver analiticamente a condição anterior 10 pontos
- Concluir que se trata do algarismo 7 5 pontos

GRUPO V

1. **20 pontos**
- Escreve a inequação $M(t) \leq 1,3$ (ou equivalente) (**ver nota 1**) 2 pontos
- Apresenta correctamente o(s) gráfico(s) que permite(m) resolver o problema 8 pontos
- Esboça o gráfico da função M , no domínio $[0, 24]$ (**ver notas 2 e 3**) .. 5 pontos
- Representa graficamente a recta horizontal, de equação $y = 1,3$ 1 ponto
- Apresenta as abcissas dos 2 pontos de intersecção da recta com o gráfico da função M , relevantes para a resposta ao problema (**ver nota 4**) 2 pontos
- Indica, em horas e minutos, os valores dos extremos do intervalo de tempo pedido (**ver notas 5 e 6**) 10 pontos
- 5 h 36 min (**ver notas 7 e 8**) 5 pontos
- 9 h 22 min (**ver notas 7 e 8**) 5 pontos

Notas:

1. Se o examinando apresentar a equação $M(t) = 1,3$ em vez da inequação e, na sua resposta, resolver de forma correcta o problema, então a classificação desta etapa deve ser atribuída na totalidade.
2. Se o gráfico não apresentar uma forma sinusoidal, não evidenciando a periodicidade da função seno, esta etapa é desvalorizada em, pelo menos, 3 pontos.
3. Se o examinando não respeitar o domínio da função, a classificação desta etapa deve ser desvalorizada em 2 pontos.
4. Se o examinando não apresentar as abcissas dos dois pontos de intersecção do gráfico de M com a recta de equação $y = 1,3$, que são relevantes para a resposta pedida, mas apenas assinalar um desses valores, a classificação desta etapa é desvalorizada em metade da cotação.
5. Se o examinando apresentar como resposta, para além do período da manhã, também o período tarde/noite, compreendido entre as 18 h 00 min e as 21 h 46 min, esta etapa deve ser classificada, no máximo, com 6 pontos.
6. Nesta etapa só devem ser classificados os extremos do período de tempo requerido. O examinando não tem que apresentar a resposta na forma de dupla desigualdade, nem na forma de intervalo. Porém, se o examinando apresentar como resposta final algum dos seguintes intervalos: $[5,6012; 9,3747]$; $[5,6012; 9,3747[$; $]5,6012; 9,3747]$; $]5,6012; 9,3747[$, esta etapa deve ser classificada com 4 pontos.
7. Se o examinando se limitar a apresentar na forma decimal o valor pedido, não o convertendo em horas e minutos, como requerido, é atribuída a classificação máxima de 2 pontos neste passo.
8. Se ao apresentar o resultado em horas e minutos o examinando cometer um erro de aproximação, relativamente ao valor correcto, que não apresente um desvio superior a 1 minuto, a classificação do passo correspondente é desvalorizado em 1 ponto.

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

«O barco esteve encalhado cerca de 17h 25 min e não 17h 42 min, como é referido na notícia ($23,53 - 6,11 = 17,42h$ e $0,42 \times 60 \approx 25 min$). No momento em que o barco é desencalhado ($t = 23,53h$), o valor da taxa de variação é de, aproximadamente, 0,5 m/h e não 0,7 m/h, como é dito erradamente na notícia, o que significa, no contexto da situação, que, nesse instante, o nível das águas do mar está a subir à taxa aproximada de meio metro por hora. O nível das águas registado, no momento em que o barco foi desencalhado, excedia em cerca de 1,3 metros o nível registado na baixa-mar imediatamente anterior ($2,199 - 0,853 = 1,346 \approx 1,3 m$), pelo que o valor apresentado de 1,5 metros é incorrecto.»

Como o exemplo ilustra, a composição deve abordar os seguintes tópicos, referindo que os respectivos valores numéricos apresentados na notícia são incorrectos:

- o tempo, em horas e minutos, durante o qual o barco esteve encalhado;
- o valor da taxa de variação no instante em que o barco foi desencalhado;
- a diferença, em metros, entre os níveis das águas do mar registados, respectivamente, no momento em que o barco foi desencalhado e no momento da baixa-mar imediatamente anterior.

Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificado este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa descritos nos critérios gerais e com os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa			Níveis*		
			1	2	3
Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina					
Níveis**	3	A composição aborda, correctamente, os três tópicos.	18	19	20
	2	A composição aborda, correctamente, apenas dois tópicos.	12	13	14
	1	A composição aborda, correctamente, apenas um tópico.	6	7	8

* Descritores apresentados nos critérios gerais.

** Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é de zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Nota: Em cada tópico considerado, não basta que o examinando indique na sua resposta que o valor referido na notícia é incorrecto. Deverá justificar a sua resposta, apresentando o valor correcto correspondente.