

## Prova Escrita de Matemática B

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

**Prova 735/Época Especial**

13 Páginas

Duração da Prova: 150 minutos. Tolerância: 30 minutos.

**2011**

### COTAÇÕES

#### GRUPO I

1. ....	10 pontos
2. ....	20 pontos
3. ....	15 pontos

**45 pontos**

#### GRUPO II

1.	
1.1. ....	10 pontos
1.2. ....	15 pontos
2.	
2.1. ....	15 pontos
2.2. ....	20 pontos

**60 pontos**

#### GRUPO III

1. ....	10 pontos
2. ....	20 pontos

**30 pontos**

#### GRUPO IV

1.	
1.1. ....	20 pontos
1.2. ....	15 pontos
2.	
2.1. ....	10 pontos
2.2. ....	20 pontos

**65 pontos**

**TOTAL ..... 200 pontos**

**A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.**

## **CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto nas grelhas de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os itens apresentam critérios específicos de classificação organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada etapa e a cada nível de desempenho corresponde uma dada pontuação. Nos itens que apresentam critérios específicos de classificação organizados por níveis de desempenho, no caso de, ponderados todos os dados contidos nos descritores, permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

As respostas que apresentem pontos de vista diferentes dos mencionados nos critérios específicos de classificação devem ser classificadas se o seu conteúdo for considerado cientificamente válido e estiver adequado ao solicitado. Nestes casos, os elementos cientificamente válidos devem ser classificados segundo procedimentos análogos aos previstos nas etapas e/ou nos descritores apresentados.

Nos itens de construção com cotação igual ou superior a 20 pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa.

A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização é cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho descritos no quadro seguinte.

<b>Níveis</b>	<b>Descritores</b>
<b>3</b>	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>2</b>	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>1</b>	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Havendo escolas em que os alunos já contactam com as novas regras ortográficas, uma vez que o Acordo Ortográfico de 1990 já foi ratificado e dado que qualquer cidadão, nesta fase de transição, pode optar pela ortografia prevista quer no Acordo de 1945, quer no de 1990, são consideradas correctas, na classificação das provas de exame nacional, as grafias que seguirem o que se encontra previsto em qualquer um destes normativos.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	A cotação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da resposta resulta da soma das pontuações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtraem um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 12 e/ou 16.
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	A cotação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível.  A classificação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.  À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ponto, de acordo com o previsto nas situações 7, 8 e/ou 16.
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correcto.  O critério específico de classificação deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.
5. Apresentação apenas do resultado final, apesar de a resolução do item exigir cálculos e/ou justificações.	Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.
6. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa.	Se a resolução apresentada permite perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a cotação total para ela prevista.
7. Transposição incorrecta de dados do enunciado ou de resultados obtidos em etapas anteriores.	Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.  Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	A pontuação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.

Situação	Classificação
10. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada de acordo com o erro cometido. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido: – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
11. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas o passo final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir deve ser a parte inteira de metade da cotação prevista.
12. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorrecto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta.
13. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada. (Exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e o examinando apresenta-o em metros.)	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final. (Exemplo: «15» em vez de «15 metros».)	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a cotação para ela prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorrectamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorrectas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta, excepto: – se as correcções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade quando, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

# CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

## GRUPO I

1. .... 10 pontos
- Escrever  $\sin(\theta) = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}}$  ..... 3 pontos
- Escrever  $\sin(\theta) = \frac{6}{12}$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Concluir que  $\theta = 30^\circ$  (**ver nota**) ..... 5 pontos

**Nota** – Se o examinando concluir que  $\theta \approx 0,5$  (ou  $\theta \approx 0,5$  rad) ou que  $\theta \approx 0,5^\circ$ , a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 4 pontos (aplicação do critério geral 13) ou 2 pontos, respectivamente.

2. .... 20 pontos
- Escrever  $\frac{\overline{EC}}{12} = \cos(\theta)$  ..... 3 pontos
- Obter  $\overline{EC} = 12 \cos(\theta)$  ..... 1 ponto
- Escrever  $\frac{\overline{BE}}{12} = \sin(\theta)$  ..... 3 pontos
- Obter  $\overline{BE} = 12 \sin(\theta)$  ..... 1 ponto
- Concluir que  $R(\theta) = 120 \sin(\theta) + 144 \sin(\theta) \cos(\theta)$  ..... 12 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Escrever uma expressão do comprimento da base maior do trapézio  $[ABCD]$  ( $2 \times 12 \cos(\theta) + 10$  ou equivalente) ..... 5 pontos

Escrever uma expressão da área do trapézio  $[ABCD]$   
 $\left( \frac{(2 \times 12 \cos(\theta) + 10) + 10}{2} \times 12 \sin(\theta) \right)$  ou equivalente ..... 5 pontos

Obter  $R(\theta)$  ..... 2 pontos

### 2.º Processo

Escrever uma expressão da área do triângulo  $[EBC]$   
 $\left( \frac{12 \cos(\theta) \times 12 \sin(\theta)}{2} \right)$  ou equivalente ..... 3 pontos

Escrever uma expressão da área do rectângulo tal que  $[AB]$  e  $[BE]$  são dois dos seus lados ( $10 \times 12 \sin(\theta)$  ou equivalente) ..... 3 pontos

Escrever uma expressão da área do trapézio  $[ABCD]$   
 $\left( 2 \times \frac{12 \cos(\theta) \times 12 \sin(\theta)}{2} + 10 \times 12 \sin(\theta) \right)$  ou equivalente ..... 4 pontos

Obter  $R(\theta)$  ..... 2 pontos

3. .... **15 pontos**

- Representar graficamente a função  $R$  (**ver nota 1**)..... 7 pontos
  - Respeitar a forma sinusoidal ..... 3 pontos
  - Respeitar o domínio (**ver nota 2**) ..... 4 pontos
- Assinalar o ponto da representação gráfica correspondente ao máximo de  $R$  ..... 2 pontos
- Obter o maximizante de  $R$  ..... 4 pontos
- Concluir que  $\theta \approx 58^\circ$  (**ver nota 3**)..... 2 pontos

**Notas:**

1. Se o examinando considerar o argumento das funções trigonométricas em radianos no intervalo  $]0, 90[$ , a classificação máxima a atribuir à resposta é 8 pontos (0 + 2 + 4 + 2).
2. Se o examinando apresentar apenas parte do gráfico da função num intervalo, contido no domínio, relevante para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.
3. Se o examinando concluir que  $\theta \approx 1$  (ou  $\theta \approx 1$  rad) ou que  $\theta \approx 1^\circ$ , a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 1 ponto (aplicação do critério geral 13) ou 0 pontos, respectivamente.

## GRUPO II

**1.1.** ..... **10 pontos**

- Obter o número de vezes que o grilo cantou naquele minuto (180) ..... 4 pontos
- Escrever  $T(180) = \frac{180 - 40}{7} + 10$  ..... 3 pontos
- Determinar  $T(180)$  (30 °C) ..... 3 pontos

**1.2.** ..... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Escrever  $T(n) - T(n - 7)$  (**ver nota 1**) ..... 6 pontos
- Escrever  $\frac{n - 40}{7} + 10 - \left( \frac{n - 7 - 40}{7} + 10 \right)$  ..... 3 pontos
- Obter a diferença de temperatura (1 °C) (**ver nota 1**) ..... 6 pontos

**2.º Processo**

- Obter o declive da recta que contém o gráfico de  $T \left( \frac{1}{7} \right)$  ..... 6 pontos
- Interpretar, no contexto do problema, o valor do declive (**ver nota 2**) ..... 6 pontos
- Indicar a diferença de temperatura (1 °C) (**ver nota 3**) ..... 3 pontos

**Notas:**

1. Se o examinando escrever  $T(n - 7) - T(n)$  e responder  $-1$  °C, a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.
2. O examinando poderá, por exemplo, referir que, a um aumento de sete estridulações por minuto, corresponde um aumento de temperatura de 1 °C
3. Se o examinando responder  $-1$  °C, a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.

**2.1.** ..... **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

**1.º Processo**

- Escrever  $\frac{g(x + 1) - g(x)}{g(x)}$  ..... 5 pontos
- Escrever  $\frac{1,2 \times e^{0,1484(x+1)} - 1,2 \times e^{0,1484x}}{1,2 \times e^{0,1484x}}$  ..... 2 pontos
- Obter  $\frac{1,2 \times e^{0,1484x} \times e^{0,1484} - 1,2 \times e^{0,1484x}}{1,2 \times e^{0,1484x}}$  ..... 3 pontos
- Obter  $e^{0,1484} - 1$  ..... 2 pontos
- Calcular  $e^{0,1484} - 1$  (0,159...) ..... 1 ponto
- Concluir que a população de grilos aumentou semanalmente cerca de 16% ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Escrever $\frac{g(x+1)}{g(x)}$ .....	3 pontos
Escrever $\frac{1,2 \times e^{0,1484(x+1)}}{1,2 \times e^{0,1484x}}$ .....	2 pontos
Obter $\frac{1,2 \times e^{0,1484x} \times e^{0,1484}}{1,2 \times e^{0,1484x}}$ .....	3 pontos
Obter $e^{0,1484}$ .....	2 pontos
Escrever $e^{0,1484} - 1$ .....	2 pontos
Calcular $e^{0,1484} - 1$ (0,159...) .....	1 ponto
Concluir que a população de grilos aumentou semanalmente cerca de 16% .....	2 pontos

**3.º Processo**

Escrever $g(x+1) - g(x)$ .....	3 pontos
Escrever $1,2 \times e^{0,1484(x+1)} - 1,2 \times e^{0,1484x}$ .....	2 pontos
Obter $1,2 \times e^{0,1484x} \times e^{0,1484} - 1,2 \times e^{0,1484x}$ .....	3 pontos
Obter $1,2 \times e^{0,1484x} (e^{0,1484} - 1)$ .....	2 pontos
Verificar que $e^{0,1484} - 1 = 0,159...$ ( <b>ver nota</b> ) .....	3 pontos
Concluir que a população de grilos aumentou semanalmente cerca de 16% .....	2 pontos

**Nota** – Deverão ser atribuídos 2 pontos à indicação da expressão  $e^{0,1484} - 1$  e 1 ponto ao cálculo da expressão.

**2.2. .... 20 pontos**

Calcular o triplo de 1392 (4176) .....	1 ponto
Converter 4176 unidades em 4,176 milhares .....	2 pontos
Escrever a equação $1,2 \times e^{0,1484x} = 4,176$ ( <b>ver nota 1</b> ).....	4 pontos
Resolver a equação anterior .....	8 pontos

A equação pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Escrever $e^{0,1484x} = 3,48$ (ou equivalente).....	2 pontos
Escrever $0,1484x = \ln(3,48)$ .....	4 pontos
Obter $x \approx 8,40318$ .....	2 pontos

**2.º Processo**

Representar graficamente a função $g$ .....	3 pontos
Respeitar a forma exponencial .....	1
Respeitar o domínio ( <b>ver nota 2</b> ) .....	2
Representar graficamente a recta de equação $y = 4,176$ .....	2 pontos
Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos .....	1 ponto
Indicar o valor da abcissa do ponto de intersecção (8,40318) ...	2 pontos

Referir que são necessárias 8 semanas e 2,82226 dias para o efectivo da população atingir 4176 ..... 3 pontos

Concluir que se procedeu à redistribuição no dia 30 de Agosto de 2010 (ver nota 3) ..... 2 pontos

**Notas:**

1. Se o examinando escrever  $1,2 \times e^{0,1484x} = 4176$  e resolver correctamente esta equação, a classificação máxima a atribuir à resposta é 13 pontos (1 + 0 + 4 + 8 + 0 + 0).
2. Se o examinando apresentar apenas parte do gráfico da função num intervalo contido em  $[0, 10]$  que inclua o ponto de intersecção relevante para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.
3. Se o examinando não referir o ano de 2010, a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada. Se o examinando concluir que se procedeu à redistribuição no dia 29 de Agosto de 2010, por considerar que o mês de Julho tem 30 dias, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 1 ponto.

### GRUPO III

1. .... 10 pontos

Referir que um dos alunos deverá ter a classificação de 9 valores e que o outro aluno deverá ter a classificação de 11 valores ..... 2 pontos

Determinar a probabilidade pedida ..... 8 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Determinar a probabilidade de o primeiro aluno seleccionado ter a classificação de 9 valores  $\left(\frac{4}{20}\right)$  ..... 1 ponto

Determinar a probabilidade de o segundo aluno seleccionado ter a classificação de 11 valores  $\left(\frac{1}{19}\right)$  ..... 2 pontos

Escrever uma expressão que dê a probabilidade pedida  $\left(\frac{4}{20} \times \frac{1}{19} \times 2\right)$  (ver nota) ..... 3 pontos

Obter a probabilidade na forma pedida (2%) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

Escrever o número de casos possíveis  $(20 \times 19)$  ..... 2 pontos

Escrever o número de casos favoráveis  $(4 \times 1 \times 2)$  (ver nota) . 3 pontos

Escrever uma expressão que dê a probabilidade pedida  $\left(\frac{4 \times 1 \times 2}{20 \times 19}\right)$  ..... 1 ponto

Obter a probabilidade na forma pedida (2%) ..... 2 pontos

**Nota** – Se o examinando não efectuar a multiplicação por 2, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 2 pontos.

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

«A correlação entre as classificações obtidas pelos alunos nas disciplinas de Matemática B e de Geometria Descritiva A é positiva, pois o declive da recta de regressão linear é positivo.

A mediana das classificações na disciplina de Geometria Descritiva A é 11 valores. Na disciplina de Matemática B, ordenando as classificações dos 20 alunos, a mediana corresponde à média da 10.<sup>a</sup> classificação, 12 valores, e da 11.<sup>a</sup> classificação, também 12 valores. Assim, na disciplina de Matemática B, a mediana das classificações é igual a 12 valores, sendo superior à mediana das classificações na disciplina de Geometria Descritiva A.

Para estimar a média das classificações na disciplina de Geometria Descritiva A, é necessário substituir  $x$  na equação da recta de regressão linear pela média das classificações na disciplina de Matemática B, 12,6. Assim, obtém-se  $y \approx 11,8$ , que corresponde ao valor aproximado da média das classificações na disciplina de Geometria Descritiva A. Conclui-se, então, que a média das classificações na disciplina de Matemática B é superior à média das classificações na disciplina de Geometria Descritiva A.»

Tal como o exemplo de resposta ilustra, a composição deverá contemplar os três tópicos seguintes:

- apresentação de uma razão que justifique inequivocamente que a correlação entre as classificações obtidas pelos alunos nas disciplinas de Matemática B e de Geometria Descritiva A é positiva;
- apresentação de uma razão que justifique inequivocamente que a mediana das classificações obtidas pelos alunos na disciplina de Matemática B é superior à mediana das classificações obtidas na disciplina de Geometria Descritiva A;
- apresentação de uma razão que justifique inequivocamente que a média das classificações obtidas pelos alunos na disciplina de Matemática B é superior à média das classificações obtidas na disciplina de Geometria Descritiva A.

No quadro seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa e com os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
Níveis**	3	A composição contempla correctamente os três tópicos.	18	19	20
	2	A composição contempla correctamente apenas dois tópicos.	12	13	14
	1	A composição contempla correctamente apenas um tópico.	6	7	8

\* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

\*\* Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes aos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é 0 pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

## GRUPO IV

<b>1.1.</b>		<b>20 pontos</b>
	Escrever uma condição que traduza o problema ( $P(t) \geq 8 \wedge P(t) \leq 12$ ) ( <b>ver nota 1</b> )	2 pontos
	Representar graficamente a função $P$	4 pontos
	Respeitar a forma do gráfico de $P$	2 pontos
	Respeitar o domínio ( <b>ver nota 2</b> )	2 pontos
	Representar graficamente a recta de equação $y = 8$	2 pontos
	Representar graficamente a recta de equação $y = 12$	2 pontos
	Assinalar os pontos de intersecção do gráfico da função $P$ com a recta de equação $y = 8$ ( <b>ver nota 3</b> )	1 ponto
	Determinar as abcissas dos pontos de intersecção do gráfico da função $P$ com a recta de equação $y = 8$ (15,5 e 32,9) (1 + 1)	2 pontos
	Assinalar o ponto de intersecção do gráfico da função $P$ com a recta de equação $y = 12$	1 ponto
	Determinar a abcissa do ponto de intersecção do gráfico da função $P$ com a recta de equação $y = 12$ (4,7)	1 ponto
	Calcular $15,5 - 4,7$ (10,8)	1 ponto
	Calcular $110 - 32,9$ (77,1)	1 ponto
	Calcular $10,8 + 77,1$ (87,9)	2 pontos
	Apresentar a resposta (88 anos)	1 ponto

**Notas:**

1. Caso o examinando não apresente uma condição que traduza o problema, mas resolva as inequações  $P(t) \geq 8$  e  $P(t) \leq 12$  e considere a intersecção dos respectivos conjuntos solução, a pontuação desta etapa deverá ser atribuída. O examinando pode, em alternativa, escrever uma das condições  $P(t) > 8 \wedge P(t) < 12$  ou  $P(t) \geq 8 \wedge P(t) < 12$  ou  $P(t) > 8 \wedge P(t) \leq 12$ , não devendo, nesse caso, ser desvalorizada a pontuação desta etapa. Se o examinando escrever « $\vee$ » em vez de « $\wedge$ », a pontuação desta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto.
2. Se o examinando apresentar parte do gráfico da função num intervalo contido no domínio que permita visualizar os pontos de intersecção relevantes para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.
3. Se o examinando assinalar apenas um dos pontos de intersecção, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 0 pontos.

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

*«No instante  $t \approx 23,2$  anos, a função  $Q$  anula-se, passando de negativa a positiva, pelo que a função  $P$  passa de decrescente a crescente, ocorrendo, nesse instante, um mínimo relativo da função  $P$*

*No instante  $t \approx 65,2$  anos, a função  $Q$  também se anula, mas passa de positiva a negativa, pelo que a função  $P$  passa de crescente a decrescente, ocorrendo, nesse instante, um máximo relativo da função  $P$ »*

Tal como o exemplo ilustra, a resposta deverá contemplar os quatro tópicos seguintes:

- A) relacionar a mudança de sinal da função  $Q$ , no instante  $t \approx 23,2$  anos, com a alteração da monotonia da função  $P$  nesse instante;
- B) referir que, no instante  $t \approx 23,2$  anos, ocorre um mínimo da função  $P$
- C) relacionar a mudança de sinal da função  $Q$ , no instante  $t \approx 65,2$  anos, com a alteração da monotonia da função  $P$  nesse instante;
- D) referir que, no instante  $t \approx 65,2$  anos, ocorre um máximo da função  $P$

A resposta a este item deve ser classificada apenas pelo nível de desempenho no domínio específico da disciplina, não devendo ser classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

No quadro seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item (**ver nota**).

Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

Níveis	Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina	Pontuação
5	A resposta aborda correctamente os tópicos A, B, C e D.	15
4	A resposta aborda correctamente apenas os tópicos A, B e C ou apenas os tópicos A, C e D.	13
3	A resposta aborda correctamente apenas os tópicos A e C, ou apenas os tópicos A, B e D, ou apenas os tópicos B, C e D.	10
2	A resposta aborda correctamente apenas os tópicos A e B, ou apenas os tópicos C e D, ou apenas os tópicos A e D, ou apenas os tópicos B e C.	8
1	A resposta aborda correctamente apenas o tópico A, ou apenas o tópico C, ou apenas os tópicos B e D.	5

**Nota** – Se o examinando apresentar uma tabela em que relacione correctamente o sinal da função  $Q$  com a monotonia da função  $P$ , explicitando os instantes em que ocorrem o mínimo e o máximo referidos, deverá ser atribuída à resposta a pontuação total. Caso essa tabela esteja incompleta ou contenha incorrecções, a classificação da resposta deverá ser enquadrada num dos níveis de desempenho previstos no quadro.

**2.1. .... 10 pontos**

Indicar o centro de rotação ( $O$ ) ..... 5 pontos

Indicar uma amplitude dessa rotação (**ver nota**) ..... 5 pontos

**Nota** – O examinando pode apresentar um valor de uma das formas  $120^\circ + 360^\circ k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ , ou  $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ . Se o examinando apresentar como resposta apenas uma das expressões  $120^\circ + 360^\circ k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ , ou  $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ , a pontuação desta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto. Se apresentar como resposta um valor de uma das formas  $240^\circ + 360^\circ k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ , ou  $\frac{4\pi}{3} + 2\pi k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ , a pontuação desta etapa deverá ser desvalorizada em 3 pontos. Se apresentar como resposta apenas uma das expressões  $240^\circ + 360^\circ k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ , ou  $\frac{4\pi}{3} + 2\pi k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ , a pontuação desta etapa deverá ser desvalorizada em 4 pontos.

**2.2. .... 20 pontos**

Calcular a área do hexágono  $[ABCDEF]$  ..... 12 pontos

Escrever  $\overline{OB} = 8 \text{ dm}$  ..... 3 pontos

Determinar  $\overline{OP}$  ..... 7 pontos

$\overline{OP}$  pode ser determinado por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Escrever  $\overline{PB} = 4$  (ou equivalente) ..... 1

Escrever  $\overline{OP}^2 + 4^2 = 8^2$  ..... 3

Obter  $\overline{OP}^2 = 48$  ..... 2

Obter  $\overline{OP} = \sqrt{48}$  (ou  $\overline{OP} \approx 6,9282$ ) ..... 1

**2.º Processo**

Referir que  $B\hat{O}P = 30^\circ$  ..... 2

Escrever  $\cos(30^\circ) = \frac{\overline{OP}}{\overline{OB}}$  (**ver nota 1**) ..... 2

Obter  $\overline{OP} = 8 \times \cos(30^\circ)$  ..... 2

Obter  $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$  (ou  $\overline{OP} \approx 6,9282$ ) ..... 1

Obter a área do hexágono  $[ABCDEF]$

$(24\sqrt{48}$  ou  $96\sqrt{3}$  ou  $166,2769$ ) (**ver nota 2**) ..... 2 pontos

Calcular a área do triângulo rectângulo  $[ABG]$  ..... 6 pontos

Obter  $\overline{PG} = 4 \text{ dm}$  ..... 5 pontos

Obter a área do triângulo rectângulo  $[ABG]$  ( $16 \text{ dm}^2$ ) ..... 1 ponto

Calcular a área dos seis triângulos rectângulos justapostos ao hexágono ( $96 \text{ dm}^2$ ) 1 ponto

Obter a área pedida ( $262,28 \text{ dm}^2$ ) ..... 1 ponto

**Notas:**

1. O examinando pode, em alternativa, escrever  $\text{tg}(30^\circ) = \frac{\overline{PB}}{\overline{OP}}$  e obter  $\overline{OP} = \frac{4}{\text{tg}(30^\circ)}$ , concluindo que  $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$  (ou  $\overline{OP} \approx 6,9282$ ).

2. Se o examinando calcular a área de um dos seis triângulos equiláteros nos quais se decompõe o hexágono  $[ABCDEF]$ , mas não determinar a área do hexágono, a pontuação deste passo deverá ser desvalorizada em 1 ponto.