



## Prova Escrita de Matemática B

10.º e 11.º Anos de Escolaridade

### Prova 735/Época Especial

Critérios de Classificação

12 Páginas

**2012**

#### COTAÇÕES

##### GRUPO I

1. ....	10 pontos
2. ....	20 pontos
	<b>30 pontos</b>

##### GRUPO II

1. ....	20 pontos
2. ....	
2.1. ....	15 pontos
2.2. ....	10 pontos
2.3. ....	
2.3.1. ....	15 pontos
2.3.2. ....	15 pontos
	<b>75 pontos</b>

##### GRUPO III

1. ....	15 pontos
2. ....	20 pontos
3. ....	15 pontos
	<b>50 pontos</b>

##### GRUPO IV

1. ....	15 pontos
2. ....	15 pontos
3. ....	15 pontos
	<b>45 pontos</b>

**TOTAL** ..... **200 pontos**

**A classificação da prova deve respeitar integralmente os critérios gerais e os critérios específicos a seguir apresentados.**

## **CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos de classificação apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro, previsto nas grelhas de classificação.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos. No entanto, em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se o examinando responder a um mesmo item mais do que uma vez, não eliminando inequivocamente a(s) resposta(s) que não deseja que seja(m) classificada(s), deve ser considerada apenas a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação das respostas aos itens de construção apresentam-se organizados por etapas e/ou por níveis de desempenho. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

Nos itens de construção com cotação igual ou superior a vinte pontos e que impliquem a produção de um texto, a classificação a atribuir traduz a avaliação simultânea das competências específicas da disciplina e das competências de comunicação escrita em língua portuguesa. A avaliação das competências de comunicação escrita em língua portuguesa contribui para valorizar a classificação atribuída ao desempenho no domínio das competências específicas da disciplina. Esta valorização corresponde a cerca de 10% da cotação do item e faz-se de acordo com os níveis de desempenho a seguir descritos.

<b>Níveis</b>	<b>Descritores</b>
<b>3</b>	Composição bem estruturada, sem erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, ou com erros esporádicos, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>2</b>	Composição razoavelmente estruturada, com alguns erros de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade não implique perda de inteligibilidade e/ou de sentido.
<b>1</b>	Composição sem estruturação aparente, com erros graves de sintaxe, de pontuação e/ou de ortografia, cuja gravidade implique perda frequente de inteligibilidade e/ou de sentido.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

Até ao ano letivo 2013/2014, na classificação das provas, continuarão a ser consideradas corretas as grafias que seguirem o que se encontra previsto quer no Acordo de 1945, quer no Acordo de 1990 (atualmente em vigor), mesmo quando se utilizem as duas grafias numa mesma prova.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar em situações não descritas anteriormente.

Situação	Classificação
1. Classificação da resposta a um item cujo critério se apresenta organizado por etapas.	<p>A pontuação indicada para cada etapa é a pontuação máxima que lhe é atribuível.</p> <p>A classificação da resposta resulta da soma das pontuações das diferentes etapas, à qual, eventualmente, se subtrai um ou dois pontos, de acordo com o previsto nas situações 11 e/ou 15.</p>
2. Pontuação de uma etapa dividida em passos.	<p>A pontuação indicada para cada passo é a pontuação máxima que lhe é atribuível.</p> <p>A pontuação da etapa resulta da soma das pontuações dos diferentes passos.</p>
3. Classificação da resposta a um item ou pontuação de uma etapa cujo critério se apresenta organizado por níveis de desempenho.	<p>A resposta é enquadrada numa das descrições apresentadas.</p> <p>À classificação/pontuação correspondente subtrai-se, eventualmente, um ou dois pontos, se ocorrer um erro ocasional num cálculo, e/ou se se utilizar simbologia ou expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.</p>
4. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	<p>É aceite e classificado qualquer processo de resolução cientificamente correto.</p> <p>O critério específico de classificação deve ser adaptado ao processo de resolução apresentado, mediante a distribuição da cotação do item pelas etapas* percorridas pelo examinando. Esta adaptação do critério deve ser utilizada em todos os processos de resolução análogos.</p>
5. Apresentação apenas do resultado final, se a resolução do item exigir cálculos e/ou justificações.	<p>Deve ser atribuída a classificação de zero pontos.</p>
6. Ausência de apresentação explícita de uma dada etapa que não envolva cálculos e/ou justificações.	<p>Se a resolução apresentada permite perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, a mesma é pontuada com a pontuação total para ela prevista.</p> <p>Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.</p>
7. Transposição incorreta de dados do enunciado e/ou transposição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	<p>Se o grau de dificuldade da resolução não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa.</p> <p>Se o grau de dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p>
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo.	<p>É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.</p>
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades.	<p>A pontuação máxima a atribuir nessa etapa deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.</p>

Situação	Classificação
10. Ocorrência de um erro na resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada de acordo com o erro cometido. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido: – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; – se o grau de dificuldade das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas deve ser a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada. (Exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e o examinando apresenta-o em metros.)	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final. (Exemplo: «15» em vez de «15 metros».)	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação para ela prevista.
14. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado e/ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
15. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à classificação total da resposta, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade quando, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

\* Em situações em que o critério é aplicável tanto a **etapas** como a **passos**, utiliza-se apenas o termo «etapas» por razões de simplificação da apresentação.

# CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

## GRUPO I

1. .... 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Escrever as coordenadas do ponto  $B$   $((0, 5, 0))$  ..... (1 + 2 + 1) ..... 4 pontos

Indicar as coordenadas do ponto simétrico do ponto  $B$  em relação à origem do referencial  $((0, -5, 0))$  ..... (2 + 2 + 2) ..... 6 pontos

### 2.º Processo

Referir que o ponto  $D$  é o simétrico do ponto  $B$  em relação à origem do referencial .... 6 pontos

Indicar as coordenadas do ponto  $D$   $((0, -5, 0))$  ..... (1 + 2 + 1) ..... 4 pontos

2. .... 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

### 1.º Processo

Obter o volume de cada uma das duas pirâmides quadrangulares regulares que compõem o octaedro (50) ..... 2 pontos

Indicar a razão de semelhança entre cada uma das seis pirâmides resultantes da truncatura pelos seis planos e cada uma das duas pirâmides quadrangulares que compõem o octaedro  $(\frac{1}{3}$  (ou 0,33333...) ou 3) ..... 4 pontos

Determinar a razão entre os volumes das duas pirâmides  $(\frac{1}{27}$  (ou 0,03703...) ou 27) ..... 5 pontos

Determinar o volume de cada uma das seis pirâmides  $(\frac{50}{27}$  ou 1,85185...) ..... 4 pontos

Obter o volume das seis pirâmides quadrangulares regulares resultantes da truncatura do octaedro pelos seis planos (11,11111...) ..... 2 pontos

Obter o volume pedido (89) ..... 3 pontos

## 2.º Processo

Escrever, em função de  $a$ , a altura de cada uma das faces do octaedro  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$  ou equivalente) ..... 2 pontos

Escrever, em função de  $a$ , a altura de cada uma das duas pirâmides quadrangulares regulares que compõem o octaedro  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)$  ou equivalente) ..... 2 pontos

Escrever, em função de  $a$ , o volume do octaedro  $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}a^3\right)$  ou equivalente) ..... 2 pontos

Escrever  $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3 = 100$  (ou equivalente) ..... 2 pontos

Obter o valor de  $a$  (5,96396...) ..... 2 pontos

Obter o valor de  $\frac{a}{3}$  (1,98798...) ..... 1 ponto

Determinar o volume de cada uma das seis pirâmides ..... 4 pontos

Obter a altura da pirâmide (1,40572...) ..... 3 pontos

Calcular o volume da pirâmide  $\left(\frac{50}{27}\right)$  ou 1,85185... .... 1 ponto

Obter o volume das seis pirâmides quadrangulares regulares resultantes da truncatura do octaedro pelos seis planos (11,11111...) ..... 2 pontos

Obter o volume pedido (89) ..... 3 pontos

## 3.º Processo

Referir que o volume das seis pirâmides quadrangulares regulares resultantes da truncatura do octaedro pelos seis planos é igual ao volume de três octaedros semelhantes ao octaedro inicial ..... 2 pontos

Indicar a razão de semelhança entre os octaedros  $\left(\frac{1}{3}\right)$  (ou 0,33333...) ou 3) ..... 4 pontos

Determinar a razão entre os volumes dos octaedros  $\left(\frac{1}{27}\right)$  (ou 0,03703...) ou 27) ..... 5 pontos

Calcular o volume de cada um dos três octaedros  $\left(\frac{100}{27}\right)$  ou 3,70370... ..... 4 pontos

Obter o volume das seis pirâmides quadrangulares regulares resultantes da truncatura do octaedro pelos seis planos (11,11111...) ..... 2 pontos

Obter o volume pedido (89) ..... 3 pontos

## GRUPO II

1. .... **20 pontos**

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de resposta:

*«A proposta não cumpre o requisito I), uma vez que  $P(57) - P(56) = 48,64 - 48,75 = -0,11$ , o que significa que, se a um grupo de 56 pessoas se acrescentar uma pessoa, há uma redução de 0,11 euros por pessoa, valor que não é suficiente para verificar a condição de haver, pelo menos, uma redução de 0,20 euros por pessoa.*

*A proposta cumpre o requisito II), uma vez que  $P(70) = 47,5$ , o que significa que, para um grupo de 70 pessoas, o preço a pagar por pessoa é 47,5 euros, preço inferior aos 50 euros que são referidos.*

*A proposta não cumpre o requisito III), uma vez que  $P(100) - P(50) = 46 - 49,5 = -3,5$ , o que significa que, se o grupo passar de 50 para 100 pessoas, há uma diminuição de 3,5 euros por pessoa, e não de 4 euros, como é referido.»*

Tal como o exemplo de resposta ilustra, a composição deve abordar os seguintes tópicos:

- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, que a proposta não cumpre o requisito I);
- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, que a proposta cumpre o requisito II);
- apresentação de uma razão cientificamente válida que justifique, inequivocamente, que a proposta não cumpre o requisito III).

Na tabela seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item, de acordo com os níveis de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa e com os níveis de desempenho no domínio específico da disciplina.

Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina		Descritores do nível de desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa	Níveis*		
			1	2	3
<b>Níveis**</b>	<b>3</b>	A composição contempla corretamente os três tópicos.	18	19	20
	<b>2</b>	A composição contempla corretamente apenas dois tópicos.	12	13	14
	<b>1</b>	A composição contempla corretamente apenas um tópico.	6	7	8

\* Descritores apresentados nos Critérios Gerais de Classificação.

\*\* Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho no domínio específico da disciplina, a classificação a atribuir é zero pontos. Neste caso, não é classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

**2.1. .... 15 pontos**

- Reconhecer que a sequência do número de lugares das filas da plateia são termos consecutivos de uma progressão aritmética  $(u_n)$  de razão 2 ..... 1 ponto
- Calcular o número de cadeiras da primeira fila ..... 4 pontos
- Escrever  $u_1 + 2(17 - 1) = 35$  (ou equivalente) ..... 3 pontos
- Obter  $u_1 = 3$  ..... 1 ponto
- Calcular o número de filas da plateia ..... 10 pontos
- Escrever  $3 + 2(n - 1)$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Escrever  $\frac{3 + [3 + 2(n - 1)]}{2} \times n$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Escrever  $\frac{3 + [3 + 2(n - 1)]}{2} \times n = 399$  (ou equivalente) ..... 2 pontos
- Obter  $n = -21 \vee n = 19$  ..... (1 + 1) ..... 2 pontos
- Concluir que a plateia tem 19 filas ..... 2 pontos

**2.2. .... 10 pontos**

- Indicar o primeiro termo da progressão (1) ..... 1 ponto
- Indicar a razão da progressão (2) ..... 2 pontos
- Escrever uma expressão do termo geral da progressão  $(1 + 2(n - 1)$   
ou equivalente) ..... 2 pontos
- Escrever uma expressão da soma dos  $n$  primeiros termos da progressão  
 $(\frac{1 + [1 + 2(n - 1)]}{2} \times n$  ou equivalente) ..... 2 pontos
- Obter  $\frac{2n}{2} \times n$  ..... 2 pontos
- Concluir que a soma dos  $n$  primeiros números ímpares é  $n^2$  ..... 1 ponto

**2.3.1. .... 15 pontos**

- Obter a probabilidade de, escolhida, ao acaso, uma das pessoas que assistiram à peça de teatro, a sua altura ser superior a 1,76 metros (**ver nota 1**) ..... 10 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

- Verificar que  $1,76 = 1,68 + 0,08$  ..... 2 pontos
- Usar a probabilidade de referência 0,6827 ..... 2 pontos
- Calcular  $1 - 0,6827$  (0,3173) ..... 3 pontos
- Calcular  $\frac{0,3173}{2}$  (0,15865) ..... 3 pontos

## 2.º Processo

Apresentar a instrução utilizada na calculadora .....	7 pontos
Indicar o valor da probabilidade (0,1586...) .....	3 pontos
Calcular o valor pedido (61 pessoas) ( <b>ver nota 2</b> ) .....	5 pontos

### Notas:

1. Se o examinando apenas representar graficamente o problema, apresentando um esboço da curva de Gauss, com o valor médio da distribuição e a região cuja área corresponde ao valor da probabilidade pedida devidamente assinalados, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser, no máximo, 4 pontos.
2. Se o examinando responder «62 pessoas», a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada. Se o examinando responder «63 pessoas» (ou «64 pessoas»), por considerar que a plateia estava completa, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 3 pontos.

### 2.3.2. .... 15 pontos

Referir que $1,80 - 1,68 = 1,68 - 1,56$ ( <b>ver nota</b> ) .....	5 pontos
Determinar a probabilidade de, escolhida, ao acaso, uma das pessoas que assistiram à peça de teatro, a sua altura ser inferior a 1,80 metros .....	10 pontos
Escrever $\frac{1 - 0,87}{2}$ (ou equivalente) .....	4 pontos
Escrever $\frac{1 - 0,87}{2} + 0,87$ (ou equivalente) .....	4 pontos
Obter a probabilidade pedida (0,9) .....	2 pontos

**Nota** – Caso o examinando não refira esta igualdade mas, através da resolução apresentada, seja evidente que a considerou, a pontuação desta etapa deverá ser atribuída.

## GRUPO III

### 1. .... 15 pontos

Identificar $f(-25)$ com a altura do <i>Poste I</i> .....	2 pontos
Calcular $f(-25)$ (22,552...) .....	2 pontos
Identificar $f(0)$ (ou $g(0)$ ) com a altura do <i>Poste II</i> .....	2 pontos
Calcular $f(0)$ (ou $g(0)$ ) (25,893...) .....	1 ponto
Identificar $g(35)$ com a altura do <i>Poste III</i> .....	2 pontos
Calcular $g(35)$ (30,861...) .....	2 pontos
Determinar a média das alturas dos três postes .....	4 pontos
Escrever $\frac{f(-25) + f(0) + g(35)}{3}$ (ou $\frac{f(-25) + g(0) + g(35)}{3}$ )	
(ou equivalente) .....	2 pontos
Obter o valor pedido (26,4) .....	2 pontos

2. .... 20 pontos

- Identificar  $g(0)$  (ou  $f(0)$ ) com a altura do *Poste II* ..... 2 pontos
- Calcular  $g(0)$  (ou  $f(0)$ ) (25,8937) ..... 1 ponto
- Escrever a equação  $g(x) = g(0)$  ..... 2 pontos
- Resolver a equação  $g(x) = 25,8937$  ..... 8 pontos
- Representar o gráfico da função  $g$  ..... 4 pontos
- Respeitar a forma do gráfico ..... 2 pontos
- Respeitar o domínio  $([0, 35])$  ..... 2 pontos
- Representar graficamente a reta de equação  $y = 25,8937$  ..... 2 pontos
- Obter a solução da equação (30,0000) (**ver nota 1**) ..... 2 pontos
- Utilizar o triângulo retângulo  $[UTQ]$ , em que  $U$  é o ponto do eixo  $Ox$  de abcissa igual à abcissa do ponto  $T$  ..... 1 ponto
- Calcular  $\overline{UQ}$  (5,0000) (**ver nota 2**) ..... 1 ponto
- Calcular  $\overline{TQ}$  ..... 4 pontos
- Escrever  $\overline{TQ}^2 = \overline{TU}^2 + \overline{UQ}^2$  ..... 2 pontos
- Obter  $\overline{TQ} = 26,3720$  (**ver nota 3**) ..... 2 pontos
- Apresentar a resposta (26,4) ..... 1 ponto

**Notas:**

1. Se o examinando assinalar apenas o ponto de intersecção dos gráficos correspondente à solução do problema, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 1 ponto. Se o examinando escrever «30», em vez de «30,0000», a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.
2. Se o examinando escrever «5», em vez de «5,0000», a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.
3. Se o examinando escrever «26,372», em vez de «26,3720», a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.

3. .... 15 pontos

Apresenta-se a seguir um exemplo de resposta:

«Quando o ponto  $D$  percorre o fio, desde o ponto  $B$  até ao ponto  $M$ , por cada metro que o ponto  $D$  se desloca da esquerda para a direita, a sua distância ao solo diminui, em média, aproximadamente, 0,4 metros.»

Tal como o exemplo de resposta ilustra, a resposta deverá contemplar os quatro tópicos seguintes:

- referência a que o percurso do ponto  $D$ , no fio, desde o ponto  $B$  até ao ponto  $M$ , corresponde ao intervalo  $[0, 15]$
- identificação das unidades da taxa de variação média com a variação da distância do ponto  $D$  ao solo, por cada metro que este ponto se desloca para a direita;
- interpretação do sinal da taxa de variação média, referindo-se que a distância do ponto  $D$  ao solo diminui;
- referência a que o valor 0,4 representa a variação, aproximada, em média, da distância ao solo (**ver nota**).

A resposta a este item deve ser classificada apenas pelo nível de desempenho no domínio específico da disciplina, não devendo ser classificado o desempenho no domínio da comunicação escrita em língua portuguesa.

No quadro seguinte, indica-se como deve ser classificada a resposta a este item.

Apenas podem ser atribuídas classificações correspondentes a um dos valores constantes do quadro. Não há lugar a classificações intermédias.

Níveis*	Descritores do nível de desempenho no domínio específico da disciplina	Pontuação
4	A resposta aborda corretamente os quatro tópicos.	15
3	A resposta aborda corretamente apenas três tópicos.	11
2	A resposta aborda corretamente apenas dois tópicos.	7
1	A resposta aborda corretamente apenas um tópico.	3

\* No caso de a resposta não atingir o nível 1 de desempenho, a classificação a atribuir é 0 pontos.

**Nota** – Se o examinando não referir que o valor da taxa de variação média é um valor aproximado, a classificação a atribuir à resposta não deverá ser desvalorizada.

## GRUPO IV

1. .... 15 pontos
- Escrever  $\overline{AC}$  em função de  $\alpha$  ..... 5 pontos
- Usar o triângulo  $[ABO]$  (ou outro geometricamente igual), em que  $O$  representa o centro do losango ..... 1 ponto
- Escrever  $\sin(\alpha) = \frac{\overline{AO}}{10}$  ..... 2 pontos
- Obter  $\overline{AO} = 10 \sin(\alpha)$  ..... 1 ponto
- Obter  $\overline{AC} = 20 \sin(\alpha)$  ..... 1 ponto
- Escrever  $\overline{BD}$  em função de  $\alpha$  ..... 5 pontos
- Usar o triângulo  $[ABO]$  (ou outro geometricamente igual), em que  $O$  representa o centro do losango ..... 1 ponto
- Escrever  $\cos(\alpha) = \frac{\overline{BO}}{10}$  ..... 2 pontos
- Obter  $\overline{BO} = 10 \cos(\alpha)$  ..... 1 ponto
- Obter  $\overline{BD} = 20 \cos(\alpha)$  ..... 1 ponto
- Escrever a área do losango em função de  $\alpha$  ..... 3 pontos
- Escrever  $\frac{20 \sin(\alpha) \times 20 \cos(\alpha)}{2}$  ..... 1 ponto
- Obter  $200 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$  ..... 2 pontos
- Concluir que  $r(\alpha) = 200 \sin(\alpha) \cos(\alpha) - 25\pi$  ..... 2 pontos

2. .... **15 pontos**

- Representar o gráfico da função  $r$  ..... 5 pontos
- Respeitar a forma sinusoidal ..... 1 ponto
- Respeitar o domínio (**ver nota**) ..... 4 pontos
- Obter os minimizantes de  $r$  ( $30^\circ$  e  $60^\circ$ ) ..... (5 + 5) ..... 10 pontos

**Nota** – O examinando deve representar graficamente  $r$  num intervalo que contenha  $[30^\circ, 60^\circ]$ .  
Se não o fizer, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser 0 pontos.

3. .... **15 pontos**

- Escrever a equação  $r(\alpha) = 15$  (ou equivalente) (**ver nota 1**) ..... 2 pontos
- Representar o gráfico da função  $r$  ..... 4 pontos
- Respeitar a forma sinusoidal ..... 1 ponto
- Respeitar o domínio (**ver nota 2**) ..... 3 pontos
- Representar a reta de equação  $y = 15$  ..... 2 pontos
- Assinalar o ponto de intersecção dos gráficos relevante para a resolução do problema ..... 1 ponto
- Obter o valor de  $\alpha$  ( $55,354^\circ$ ) ..... 2 pontos
- Obter o valor de  $2\alpha$  ( $110,708^\circ$ ) ..... 1 ponto
- Calcular o valor de  $\theta$  ..... 3 pontos
- Escrever  $\theta = 180^\circ - 2\alpha$  ..... 2 pontos
- Obter o valor de  $\theta$  ( $69,3^\circ$ ) ..... 1 ponto

**Notas:**

1. Caso o examinando não escreva esta equação mas, através da resolução apresentada, seja evidente que a considerou, a pontuação desta etapa deverá ser atribuída.
2. Se o examinando apresentar apenas parte do gráfico da função  $r$  num intervalo contido em  $[30^\circ, 60^\circ]$  e que inclua o ponto de intersecção relevante para a resolução do problema, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.