REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2017

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 13 Páginas

---

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Para cada resposta, identifique o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Na resposta a cada um dos itens de escolha múltipla, selecione a única opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados na sua utilização, como:

- os gráficos obtidos e as coordenadas dos pontos (por exemplo, coordenadas de pontos de intersecção de gráficos, máximos e mínimos);
- as linhas da tabela obtida;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Teoria matemática das eleições

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série; no caso de só ficar um mandato por distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido o menor número de votos.

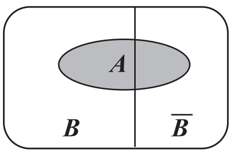
Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

Probabilidades

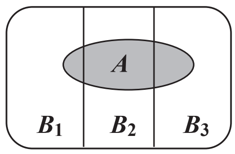
Teorema da probabilidade total e regra de Bayes



$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) =$$
$$= P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B) \times P(A \mid B)}{P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})}$$



$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) =$$
$$= P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)$$

$$P(B_k \mid A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} =$$

$$= \frac{P(B_k) \times P(A \mid B_k)}{P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)}$$

podendo k tomar os valores 1, 2 ou 3

Distribuição normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$$
$$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$$
$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$$\left]\overline{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,,\ \overline{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

σ – desvio padrão da variável

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\overline{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}\,,\ \overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\overline{x}$ – média amostral

s – desvio padrão amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p, admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\ \ \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$

n – dimensão da amostra

$\hat{p}$ – proporção amostral

z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
z	$1{,}645$	$1{,}960$	$2{,}576$

Num parque de diversões, existem três zonas temáticas, a *Aquaspeed* (AQ), a *Mountainspeed* (MT) e a *Studiospeed* (SD).

1. Para comemorar o seu décimo aniversário, a cadeia de restaurantes que serve esse parque distribuiu 26 vales de refeição pelos visitantes das três zonas temáticas.

A distribuição desses vales é feita de acordo com o método a seguir descrito.

- Calcula-se o divisor padrão, dividindo o total da média do número de visitantes, por hora, das três zonas pelo número total de vales de refeição.
- Calcula-se a quota padrão para cada uma das zonas temáticas, dividindo a média do número de visitantes, por hora, de cada zona pelo divisor padrão.
- Atribui-se a cada zona temática um número de vales igual à parte inteira da quota padrão.
- Caso ainda fiquem vales por distribuir, atribuem-se os vales que restam às zonas temáticas cujas quotas padrão tenham partes decimais maiores (um por cada zona temática).
- Se houver duas zonas temáticas cujas quotas padrão apresentem a mesma parte decimal, o último vale é atribuído à zona temática com o menor número de vales.

Na Tabela 1, estão registados a média do número de visitantes, por hora, de cada zona temática e o número correspondente de vales de refeição atribuídos.

Tabela 1

Zona Temática	Média do número de visitantes, por hora	Número de vales de refeição atribuídos
AQ	554	12
MT	330	7
SD	286	7
Total	1170	26

1.1. O valor da quota padrão referente à zona temática SD, com aproximação às centésimas, é

(A) $6{,}36$

(B) $6{,}85$

(C) $7{,}33$

(D) $12{,}31$

1.2. Admita que, em vez de 26, eram distribuídos 27 vales de refeição pelas três zonas temáticas, aplicando o método descrito.

Mostre que a distribuição desses 27 vales, comparativamente com a distribuição dos 26 vales, conduziria a uma situação paradoxal.

Na sua resposta, apresente:

– o valor do divisor padrão e os valores das quotas padrão com arredondamento às centésimas;

– a distribuição dos 27 vales de refeição pelas três zonas temáticas resultante da aplicação do método descrito.

2. No âmbito das comemorações do seu décimo aniversário, a referida cadeia de restaurantes promoveu ainda o concurso «Ementa TOP».

Os clientes preencheram um boletim, no qual ordenaram quatro ementas, A, B, C e D, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido, com uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto, tendo sido apurados 1638 votos válidos.

Na Tabela 2, encontram-se organizados os resultados desta votação.

Tabela 2

Preferências \ N.º de votos	602	309	727
1.ª	C	A	D
2.ª	B	B	B
3.ª	A	C	C
4.ª	D	D	A

Concluída a votação, o apuramento da ementa vencedora é feito através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de ementas e atribui-se o número de votos registados em cada coluna à ementa mais bem posicionada, de entre as duas selecionadas.
- Comparam-se os votos obtidos por essas duas ementas. A ementa com o maior número de votos é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até uma das ementas ter vencido em todas as comparações com as restantes. Essa ementa é a vencedora.

Determine qual foi a ementa vencedora por aplicação do método descrito, começando por selecionar as ementas A e B.

3. As seis diversões mais procuradas da zona *Studiospeed* estão representadas na Figura 1 pelas letras D1, D2, D3, D4, D5 e D6.

As linhas representam as ligações existentes entre essas diversões. O comprimento de cada ligação está indicado junto da linha que a representa.

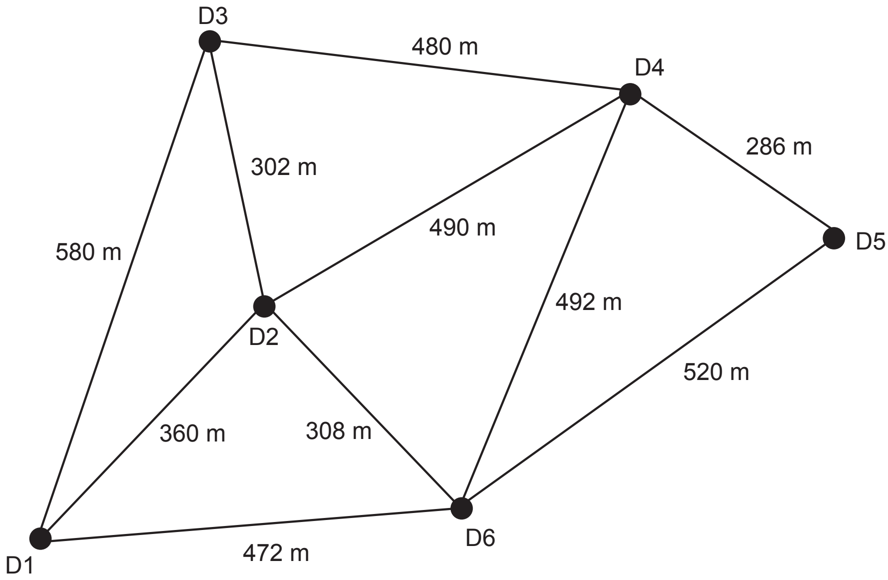


Figura 1

Uma empresa de eletricidade pretende renovar a rede de cabos elétricos, aproveitando algumas destas ligações. De modo a minimizar a quantidade de cabo utilizado, aplica-se o método que a seguir se descreve.

- Escolhe-se, ao acaso, uma das seis diversões e, de entre as ligações a essa diversão, seleciona-se a ligação de menor comprimento.
- Seleciona-se a ligação de menor comprimento de entre as ligações a qualquer uma das duas diversões escolhidas para uma diversão ainda não selecionada.
- Seleciona-se a ligação de menor comprimento de entre as ligações a qualquer uma das diversões escolhidas para uma diversão ainda não selecionada.
- Repete-se o ponto anterior até todas as diversões terem sido selecionadas.

Determine a quantidade mínima, em metros, de cabo elétrico que é necessário instalar para que as seis diversões recebam energia elétrica.

Na sua resposta, apresente:

– um grafo que resulte da aplicação do método descrito e que permita identificar as ligações utilizadas;

– a quantidade mínima, em metros, de cabo elétrico que é necessário instalar.

4. O Manuel está a organizar uma visita ao parque de diversões.

Pretende comprar bilhetes para 3 adultos, com idades inferiores a 50 anos, e para 3 crianças, com idades compreendidas entre os 8 e os 10 anos.

O Manuel consultou a bilheteira do parque para saber o preço dos bilhetes.

Na Tabela 3, reproduz-se o preçário disponível na bilheteira.

Tabela 3

Bilhete	Preço por pessoa
Geral (11 aos 64 anos)	27€
Júnior (5 aos 10 anos)	19€
Sénior (> 64 anos)	19€
Infantil (≤ 4 anos)	Grátis

O Manuel dispõe de duas promoções, não acumuláveis entre si.

Promoção 1 – Bilhete Familiar, válido na compra simultânea de 2 bilhetes Gerais e de 2 ou 3 bilhetes Juniores, com o bilhete Geral vendido a 25 euros e o bilhete Júnior vendido a 16 euros.

Promoção 2 – 15% de desconto se efetuar a compra dos bilhetes *online*.

Qual das duas promoções será mais vantajosa para o Manuel?

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

5. O parque inaugurou uma bilheteira *online* às zero horas do dia 10 de junho de 2000.

Admita que o número total de bilhetes vendidos, ao fim de t dias após a abertura da bilheteira *online*, é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$b(t) = 140 + 602 \ln(0{,}5t + 2), \text{ com } 0 < t < 30$$

Por exemplo, ao fim de sete dias após a abertura da bilheteira *online*, tinham sido vendidos um total de 1166 bilhetes, uma vez que $b(7) \approx 1166{,}26$

5.1. Quantos bilhetes foram vendidos no dia 12 de junho de 2000?

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

5.2. A empresa *ComPromo* disponibilizou uma bilheteira *online*, na qual também é possível comprar bilhetes para o parque de diversões. As duas bilheteiras entraram em funcionamento no mesmo instante.

Admita que o número total de bilhetes vendidos pela bilheteira disponibilizada pela *ComPromo*, ao fim de t dias após a sua abertura, é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$c(t) = 35e^{0{,}14t}, \text{ com } 0 < t < 30$$

Ao fim de quantos dias, após a abertura das duas bilheteiras, o número total de bilhetes vendidos na bilheteira *online* do parque foi, pela primeira vez, inferior ao número total de bilhetes vendidos na bilheteira disponibilizada pela *ComPromo*?

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

– o(s) gráfico(s) visualizado(s) que lhe permite(m) resolver o problema;

– as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às décimas.

6. Na Tabela 4, está registado o número de utilizadores de uma das diversões do parque, nas duas primeiras semanas do mês de agosto de 2015.

Tabela 4

	SEG.	TER.	QUA.	QUI.	SEX.	SÁB.	DOM.
1.ª semana	184	224	232	240	280	328	312
2.ª semana	208	200	256	264	280	344	288

6.1. O valor da mediana dos dados apresentados na Tabela 4 resulta de cálculos entre os números de utilizadores da diversão ________________ e ________________.

(A) na quinta-feira da primeira semana … na sexta-feira da primeira semana

(B) no domingo da primeira semana … na segunda-feira da segunda semana

(C) na quarta-feira da segunda semana … na quinta-feira da segunda semana

(D) na quarta-feira da primeira semana … no domingo da segunda semana

6.2. Admita que, nas duas primeiras semanas de agosto do ano seguinte, a média diária do número de utilizadores dessa diversão foi $292{,}5$.

Determine a percentagem do aumento médio diário de utilizadores dessa diversão de um ano para o outro, nesse período.

6.3. A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção do número de utilizadores dessa diversão nos sábados e nos domingos, face ao total do número de utilizadores no período de tempo registado na Tabela 4, é $0{,}0407301$.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta:

– apresente o valor da proporção arredondado às centésimas;

– caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, sete casas decimais;

– apresente o valor de z arredondado com três casas decimais.

6.4. Na Figura 2, está registada a variação do número de utilizadores dessa diversão em cada dia da terceira semana do mês de agosto de 2015, relativamente ao dia imediatamente anterior.

A variação do número de utilizadores da diversão na quarta-feira relativamente a terça-feira está representada na Figura 2 por k.

Variação do número de utilizadores da diversão

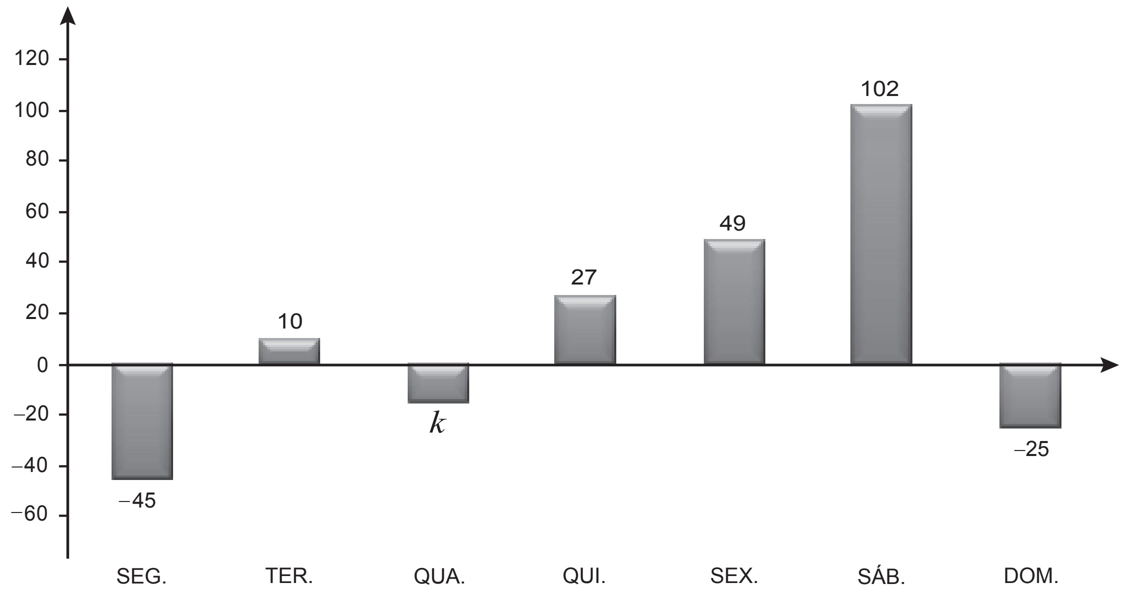


Figura 2

Relativamente aos utilizadores da diversão na terceira semana do mês de agosto, sabe-se ainda que um total de 734 pessoas a utilizou até quarta-feira (inclusive).

Determine o valor de k.

7. Na zona *Mountainspeed*, existem três montanhas-russas, a Anaconda, a Dragão e a Jaguar.

7.1. Num questionário aplicado às pessoas que utilizaram as três montanhas-russas, cada uma das pessoas indicou a sua preferência por uma e só uma das montanhas-russas. Concluiu-se que:

- 40% preferiam a Anaconda;
- 30% preferiam a Jaguar;
- das pessoas que preferiam a Anaconda, 30% eram mulheres;
- das pessoas que preferiam a Dragão, metade eram mulheres;
- das pessoas que preferiam a Jaguar, 45% eram mulheres.

Escolheu-se, ao acaso, uma das pessoas que respondeu ao questionário.

7.1.1. Qual é a probabilidade de essa pessoa ser homem e preferir a montanha-russa Anaconda?

(A) 7%

(B) 28%

(C) 30%

(D) 88%

7.1.2. Calcule a probabilidade de a pessoa escolhida preferir a montanha-russa Jaguar, sabendo-se que é mulher.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

7.2. Num certo dia, a Beatriz decidiu andar três vezes na montanha-russa.

Admita que, sempre que a Beatriz escolhe uma montanha-russa, 80% das vezes opta pela Jaguar.

Determine a probabilidade de, nesse dia, a Beatriz ter escolhido a Jaguar, no máximo, uma vez.

Apresente o resultado em percentagem.

FIM

COTAÇÕES

Item Cotação (em pontos)														TOTAL
1.1.	**1.2.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.**	**6.4.**	**7.1.1.**	**7.1.2.**	**7.2.**	
5	20	15	15	15	20	15	5	15	20	15	5	20	15	**200**

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 835

1.ª Fase

REPÚBLICA PORTUGUESA

EDUCAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2017

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Entrelinha 1,5, sem figuras

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 14 Páginas

---

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Para cada resposta, identifique o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário no final do enunciado da prova.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Na resposta a cada um dos itens de escolha múltipla, selecione a única opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Num parque de diversões, existem três zonas temáticas, a *Aquaspeed* (AQ), a *Mountainspeed* (MT) e a *Studiospeed* (SD).

1. Para comemorar o seu décimo aniversário, a cadeia de restaurantes que serve esse parque distribuiu 26 vales de refeição pelos visitantes das três zonas temáticas.

A distribuição desses vales é feita de acordo com o método a seguir descrito.

- Calcula-se o divisor padrão, dividindo o total da média do número de visitantes, por hora, das três zonas pelo número total de vales de refeição.
- Calcula-se a quota padrão para cada uma das zonas temáticas, dividindo a média do número de visitantes, por hora, de cada zona pelo divisor padrão.
- Atribui-se a cada zona temática um número de vales igual à parte inteira da quota padrão.
- Caso ainda fiquem vales por distribuir, atribuem-se os vales que restam às zonas temáticas cujas quotas padrão tenham partes decimais maiores (um por cada zona temática).
- Se houver duas zonas temáticas cujas quotas padrão apresentem a mesma parte decimal, o último vale é atribuído à zona temática com o menor número de vales.

Na Tabela 1, estão registados a média do número de visitantes, por hora, de cada zona temática e o número correspondente de vales de refeição atribuídos.

Tabela 1

Zona Temática	Média do n.º de visitantes, por hora	N.º de vales de refeição atribuídos
AQ	554	12
MT	330	7
SD	286	7
Total	1170	26

1.1. O valor da quota padrão referente à zona temática SD, com aproximação às centésimas, é

a) 6,36

b) 6,85

c) 7,33

d) 12,31

1.2. Admita que, em vez de 26, eram distribuídos 27 vales de refeição pelas três zonas temáticas, aplicando o método descrito.

Mostre que a distribuição desses 27 vales, comparativamente com a distribuição dos 26 vales, conduziria a uma situação paradoxal.

Na sua resposta, apresente:

– o valor do divisor padrão e os valores das quotas padrão com arredondamento às centésimas;

– a distribuição dos 27 vales de refeição pelas três zonas temáticas resultante da aplicação do método descrito.

2. No âmbito das comemorações do seu décimo aniversário, a referida cadeia de restaurantes promoveu ainda o concurso «Ementa TOP».

Os clientes preencheram um boletim, no qual ordenaram quatro ementas, A, B, C e D, de acordo com as suas preferências. Cada boletim preenchido, com uma determinada ordenação, correspondia a 1 voto, tendo sido apurados 1638 votos válidos.

Na Tabela 2, encontram-se organizados os resultados desta votação.

Tabela 2

	N.º de votos		
Preferências	**602**	**309**	**727**
1.ª	C	A	D
2.ª	B	B	B
3.ª	A	C	C
4.ª	D	D	A

Concluída a votação, o apuramento da ementa vencedora é feito através do método a seguir descrito.

- Seleciona-se um par de ementas e atribui-se o número de votos registados em cada coluna à ementa mais bem posicionada, de entre as duas selecionadas.
- Comparam-se os votos obtidos por essas duas ementas. A ementa com o maior número de votos é a vencedora do par escolhido.
- Repetem-se os procedimentos anteriores até uma das ementas ter vencido em todas as comparações com as restantes. Essa ementa é a vencedora.

Determine qual foi a ementa vencedora por aplicação do método descrito, começando por selecionar as ementas A e B.

3. As seis diversões mais procuradas da zona *Studiospeed* são designadas pelas letras D1, D2, D3, D4, D5 e D6.

Na Tabela 3, estão indicados os comprimentos, em metros, das ligações existentes entre essas diversões.

Tabela 3

	D2	**D4**	**D6**
D1	360	–	472
D2	–	490	308
D3	302	480	–
D4	490	–	492
D5	–	286	520

Uma empresa de eletricidade pretende renovar a rede de cabos elétricos, aproveitando algumas destas ligações. De modo a minimizar a quantidade de cabo utilizado, aplica-se o método que a seguir se descreve.

- Escolhe-se, ao acaso, uma das seis diversões e, de entre as ligações a essa diversão, seleciona-se a ligação de menor comprimento.
- Seleciona-se a ligação de menor comprimento de entre as ligações a qualquer uma das duas diversões escolhidas para uma diversão ainda não selecionada.
- Seleciona-se a ligação de menor comprimento de entre as ligações a qualquer uma das diversões escolhidas para uma diversão ainda não selecionada.
- Repete-se o ponto anterior até todas as diversões terem sido selecionadas.

Determine a quantidade mínima, em metros, de cabo elétrico que é necessário instalar para que as seis diversões recebam energia elétrica.

Na sua resposta:

– identifique as ligações utilizadas, resultantes da aplicação do método descrito, e os respetivos comprimentos;

– apresente a quantidade mínima, em metros, de cabo elétrico que é necessário instalar.

4. O Manuel está a organizar uma visita ao parque de diversões.

Pretende comprar bilhetes para 3 adultos, com idades inferiores a 50 anos, e para 3 crianças, com idades compreendidas entre os 8 e os 10 anos.

O Manuel consultou a bilheteira do parque para saber o preço dos bilhetes.

Na Tabela 4, reproduz-se o preçário disponível na bilheteira.

Tabela 4

Bilhete	**Preço por pessoa**
Geral (11 aos 64 anos)	27 €
Júnior (5 aos 10 anos)	19 €
Sénior (> 64 anos)	19 €
Infantil (≤ 4 anos)	Grátis

O Manuel dispõe de duas promoções, não acumuláveis entre si.

Promoção 1 – Bilhete Familiar, válido na compra simultânea de 2 bilhetes Gerais e de 2 ou 3 bilhetes Juniores, com o bilhete Geral vendido a 25 euros e o bilhete Júnior vendido a 16 euros.

Promoção 2 – 15% de desconto se efetuar a compra dos bilhetes *online*.

Qual das duas promoções será mais vantajosa para o Manuel?

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

5. O parque inaugurou uma bilheteira *online* às zero horas do dia 10 de junho de 2000.

Admita que o número total de bilhetes vendidos, ao fim de t dias após a abertura da bilheteira *online*, é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$b(t) = 140 + 602 \ln(0{,}5t + 2), \text{ com } 0 < t < 30$$

Por exemplo, ao fim de sete dias após a abertura da bilheteira *online*, tinham sido vendidos um total de 1166 bilhetes, uma vez que $b(7) \approx 1166{,}26$

5.1. Quantos bilhetes foram vendidos no dia 12 de junho de 2000?

Na sua resposta, apresente todos os cálculos que efetuar.

5.2. A empresa *ComPromo* disponibilizou uma bilheteira *online*, na qual também é possível comprar bilhetes para o parque de diversões. As duas bilheteiras entraram em funcionamento no mesmo instante.

Admita que o número total de bilhetes vendidos pela bilheteira disponibilizada pela *ComPromo*, ao fim de t dias após a sua abertura, é bem aproximado pelo modelo seguinte, com arredondamento às unidades.

$$c(t) = 35e^{0{,}14t}, \text{ com } 0 < t < 30$$

Quando o número total de bilhetes vendidos ultrapassa os 1500, a bilheteira recebe um prémio. A bilheteira *online* do parque recebeu esse prémio ao fim de 16 dias.

Quantos dias depois recebe a bilheteira disponibilizada pela *ComPromo* o mesmo prémio?

Caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, duas casas decimais.

6. Na Tabela 5, está registado o número de utilizadores de uma das diversões do parque, nas duas primeiras semanas do mês de agosto de 2015.

Tabela 5

	1.ª semana	2.ª semana
SEG.	184	208
TER.	224	200
QUA.	232	256
QUI.	240	264
SEX.	280	280
SÁB.	328	344
DOM.	312	288

6.1. O valor da mediana dos dados apresentados na Tabela 5 resulta de cálculos entre os números de utilizadores da diversão ________________ e ________________.

a) na quinta-feira da primeira semana … na sexta-feira da primeira semana

b) no domingo da primeira semana … na segunda-feira da segunda semana

c) na quarta-feira da segunda semana … na quinta-feira da segunda semana

d) na quarta-feira da primeira semana … no domingo da segunda semana

6.2. Admita que, nas duas primeiras semanas de agosto do ano seguinte, a média diária do número de utilizadores dessa diversão foi $292{,}5$.

Determine a percentagem do aumento médio diário de utilizadores dessa diversão de um ano para o outro, nesse período.

6.3. A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção do número de utilizadores dessa diversão nos sábados e nos domingos, face ao total do número de utilizadores no período de tempo registado na Tabela 5, é $0{,}0407301$.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

Na sua resposta:

– apresente o valor da proporção arredondado às centésimas;

– caso proceda a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserve, exatamente, sete casas decimais;

– apresente o valor de z arredondado com três casas decimais.

6.4. Na Tabela 6, está registada a variação do número de utilizadores dessa diversão em cada dia da terceira semana do mês de agosto de 2015, relativamente ao dia imediatamente anterior.

Na Tabela 6, k representa a variação do número de utilizadores da diversão na quarta-feira relativamente a terça-feira.

Tabela 6

3.ª semana	Variação
SEG.	– 45
TER.	10
QUA.	k

Relativamente aos utilizadores da diversão na terceira semana do mês de agosto, sabe-se ainda que um total de 734 pessoas a utilizou até quarta-feira (inclusive).

Determine o valor de k.

7. Na zona *Mountainspeed*, existem três montanhas-russas, a Anaconda, a Dragão e a Jaguar.

7.1. Num questionário aplicado às pessoas que utilizaram as três montanhas-russas, cada uma das pessoas indicou a sua preferência por uma e só uma das montanhas-russas. Concluiu-se que:

- 40% preferiam a Anaconda;
- 30% preferiam a Jaguar;
- das pessoas que preferiam a Anaconda, 30% eram mulheres;
- das pessoas que preferiam a Dragão, metade eram mulheres;
- das pessoas que preferiam a Jaguar, 45% eram mulheres.

Escolheu-se, ao acaso, uma das pessoas que respondeu ao questionário.

7.1.1. Qual é a probabilidade de essa pessoa ser homem e preferir a montanha-russa Anaconda?

a) 7%

b) 28%

c) 30%

d) 88%

7.1.2. Calcule a probabilidade de a pessoa escolhida preferir a montanha-russa Jaguar, sabendo-se que é mulher.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

7.2. Num certo dia, a Beatriz decidiu andar três vezes na montanha-russa.

Admita que, sempre que a Beatriz escolhe uma montanha-russa, 80% das vezes opta pela Jaguar.

Determine a probabilidade de, nesse dia, a Beatriz ter escolhido a Jaguar, no máximo, uma vez.

Apresente o resultado em percentagem.

FIM

COTAÇÕES

1.

1.1. .... 5 pontos

1.2. .... 20 pontos

25 pontos

2. ....**15 pontos**

3. ....**15 pontos**

4. ....**15 pontos**

5.

5.1. .... 20 pontos

5.2. .... 15 pontos

35 pontos

6.

6.1. .... 5 pontos

6.2. .... 15 pontos

6.3. .... 20 pontos

6.4. .... 15 pontos

55 pontos

7.

7.1.

7.1.1. .... 5 pontos

7.1.2. .... 20 pontos

7.2. .... 15 pontos

40 pontos

TOTAL .... **200 pontos**

Formulário

Teoria matemática das eleições

Conversão de votos em mandatos, utilizando o método de representação proporcional de Hondt

O número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados, pela ordem decrescente da sua grandeza, numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral em causa; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série; no caso de só ficar um mandato por distribuir e de os termos seguintes da série serem iguais e de listas diferentes, o mandato cabe à lista que tiver obtido o menor número de votos.

Modelos de grafos

Condição necessária e suficiente para que um grafo conexo admita circuitos de Euler

Um grafo conexo admite circuitos de Euler se e só se todos os seus vértices forem de grau par.

Probabilidades

Teorema da probabilidade total e regra de Bayes

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B}) = P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B) \times P(A \mid B)}{P(B) \times P(A \mid B) + P(\overline{B}) \times P(A \mid \overline{B})}$$

$$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + P(A \cap B_3) =$$
$$= P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)$$

$$P(B_k \mid A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)} = \frac{P(B_k) \times P(A \mid B_k)}{P(B_1) \times P(A \mid B_1) + P(B_2) \times P(A \mid B_2) + P(B_3) \times P(A \mid B_3)}$$

podendo k tomar os valores $1, 2$ ou 3

Distribuição normal

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

Intervalos de confiança

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável normal X, admitindo que se conhece o desvio padrão da variável

$\left]\overline{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right[$
n – dimensão da amostra $\overline{x}$ – média amostral σ – desvio padrão da variável z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para o valor médio μ de uma variável X, admitindo que se desconhece o desvio padrão da variável e que a amostra tem dimensão superior a 30

$\left]\overline{x} - z\frac{s}{\sqrt{n}}\ ,\ \overline{x} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$
n – dimensão da amostra $\overline{x}$ – média amostral s – desvio padrão amostral z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

Intervalo de confiança para uma proporção p, admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left]\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},\quad \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right[$$
n – dimensão da amostra $\hat{p}$ – proporção amostral z – valor relacionado com o nível de confiança (*)

(*) Valores de z para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	z
90%	1,645
95%	1,960
99%	2,576