

## **Exame Final Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais**

**Prova 835 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2021**

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho

**Critérios de Classificação**

8 Páginas

---

### **CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO**

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

#### **ITENS DE SELEÇÃO**

Nos itens de escolha múltipla, a pontuação só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

#### **ITENS DE CONSTRUÇÃO**

Nos itens de construção, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de construção que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo às potencialidades gráficas da calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).

8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.  As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.  Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico.

**Nota** – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

## CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

- 1.1. .... 12 pontos
- (C)
- 1.2. .... 18 pontos
- Calcular o divisor padrão (300) ..... 2 pontos
- Calcular as quotas inferiores de cada lista (5; 7; 5; 5) ..... (1 + 1 + 1 + 1)..... 4 pontos
- Mostrar que, utilizando o divisor padrão, o número de elementos é inferior ao solicitado (22) ..... 2 pontos
- Indicar o divisor modificado (280) ..... 4 pontos
- Calcular as quotas inferiores modificadas de cada lista (5; 8; 6; 5) ..... (1 + 1 + 1 + 1)..... 4 pontos
- Indicar a distribuição dos elementos ..... 2 pontos  
[Lista A – 5 elementos; Lista B – 8 elementos; Lista C – 6 elementos; Lista D – 5 elementos]
2. .... 20 pontos
- Determinar o valor global atribuído aos telemóveis por cada trabalhador (1080 €, 1035 €, 960 €) ..... (1 + 1 + 1)..... 3 pontos
- Determinar o valor justo a receber por cada trabalhador (360 €, 345 €, 320 €) ..... (1 + 1 + 1)..... 3 pontos
- Indicar a distribuição dos telemóveis pelos trabalhadores (Mariana – Telemóveis A e C; Pedro – Telemóvel B) ..... 2 pontos
- Determinar o valor a pagar ou a receber por cada trabalhador (Mariana – paga 240 €; Pedro – paga 155 €; Tiago recebe 320 €) ..... 4 pontos
- Determinar o valor monetário a distribuir pelos trabalhadores (25 €) ..... 4 pontos
- Indicar a distribuição final dos telemóveis pelos trabalhadores e o valor a pagar ou a receber ..... 4 pontos  
[Mariana – recebe os telemóveis A e C e paga 215 euros; Pedro – recebe o telemóvel B e paga 130 euros; Tiago – recebe 345 euros]
3. .... 18 pontos
- Apresentar um grafo que resulta do método descrito ..... 12 pontos
- Associar os vértices aos postos de comunicação ..... 2 pontos
- Associar as arestas às ligações entre postos ..... 10 pontos
- Apresentar a quantidade mínima de cabo de fibra ótica a renovar (1000 km) ... 6 pontos

4.1. ....	18 pontos
Identificar a marca de cada classe (23, 33, 43, 53, 63) .....	3 pontos
Determinar a frequência absoluta simples de cada classe (15, 60, 45, 20, 10) .....	10 pontos
Obter o valor solicitado (40) .....	5 pontos
4.2. ....	12 pontos
(D)	
4.3. ....	18 pontos
Determinar a frequência absoluta acumulada para a região do Algarve (30, 55, 85, 95, 100) .....	5 pontos
Determinar a frequência acumulada dos 250 funcionários (45, 130, 205, 235, 250) .....	5 pontos
Determinar as frequências relativas acumuladas dos 250 funcionários (0,18; 0,52; 0,82; 0,94; 1) (ou equivalente) .....	5 pontos
Apresentar a tabela de frequências relativas acumuladas .....	3 pontos
5. ....	18 pontos
Identificar os valores de $VF$ e $i$ (500; 0,03) .....(1 + 2).....	3 pontos
Escrever $P = \frac{500 \times 0,03 \times (1,03)^n}{(1,03)^n - 1}$ (ou equivalente) .....	2 pontos
Apresentar as linhas relevantes da tabela utilizada .....	6 pontos
Obter o valor de $n$ (8) .....	3 pontos
Determinar o valor total a pagar pelo telemóvel (568 euros) .....	4 pontos
6.1. ....	18 pontos
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.	
<b>1.º Processo</b>	
Identificar $t = 0$ .....	2 pontos
Calcular $A(0)$ (10) .....	3 pontos
Reconhecer o número de utilizadores da ParaPagarApp em Portugal Continental que pertenciam à região do Alentejo no início do ano 2016 (10 000) .....	3 pontos
Determinar o número de utilizadores da ParaPagarApp em Portugal Continental que não pertenciam à região do Alentejo no início do ano 2016 (40 000) .....	3 pontos
Determinar o valor solicitado (80%) .....	7 pontos

## 2.º Processo

Identificar $t = 0$ .....	2 pontos
Calcular $A(0)$ (10) .....	3 pontos
Reconhecer o número de utilizadores da ParaPagarApp em Portugal Continental que pertenciam à região do Alentejo no início do ano 2016 (10 000) .....	3 pontos
Determinar a percentagem do número de utilizadores da ParaPagarApp em Portugal Continental que pertenciam à região do Alentejo no início do ano 2016 (20%) .....	7 pontos
Determinar o valor solicitado (80%) .....	3 pontos

## 6.2. .... 18 pontos

Determinar a percentagem de utilizadores da região do Alentejo que se prevê que a ParaPagarApp atingirá, atendendo à informação apresentada na Figura 3 (10%) .....	4 pontos
Determinar o número de utilizadores da ParaPagarApp estimado para a região do Alentejo a longo prazo (20 000) .....	6 pontos
Identificar o valor máximo de utilizadores da ParaPagarApp que se estima para a região do Alentejo, a partir do modelo (20 000) .....	6 pontos
Concluir .....	2 pontos
[O modelo que se ajusta ao Alentejo poderá estar correto para uma estimativa a longo prazo de utilizadores da aplicação em Portugal continental.]	

## 7. .... 18 pontos

Considerem-se os seguintes acontecimentos:

$D$ : «Novo utilizador que teve dificuldade na instalação da ParaPagarApp»

$F$ : «Novo utilizador que considera a aplicação de fácil manuseamento»

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

### 1.º Processo

Calcular $P(D)$ .....	4 pontos
Identificar $t = 3$ .....	2 pontos
Obter $P(D)$ (0,02) .....	2 pontos
Calcular $P(D \cap \bar{F})$ .....	5 pontos
Escrever $P(F D) = 0,4$ .....	1 ponto
Obter $P(\bar{F} D)$ (0,6) .....	2 pontos
Obter $P(D \cap \bar{F})$ (0,012) .....	2 pontos
Calcular $P(\bar{D} \cap \bar{F})$ .....	7 pontos
Calcular $P(\bar{D})$ (0,98) .....	2 pontos
Escrever $P(F \bar{D}) = 0,9$ .....	1 ponto
Obter $P(\bar{F} \bar{D})$ (0,1) .....	2 pontos
Obter $P(\bar{D} \cap \bar{F})$ (0,098) .....	2 pontos
Determinar $P(\bar{F})$ (0,11) .....	2 pontos

**2.º Processo**

Calcular $P(D)$ .....	4 pontos
Identificar $t = 3$ .....	2 pontos
Obter $P(D) (0,02)$ .....	2 pontos
Calcular $P(D \cap F)$ .....	3 pontos
Escrever $P(F D) = 0,4$ .....	1 ponto
Obter $P(D \cap F) (0,008)$ .....	2 pontos
Calcular $P(\overline{D} \cap F)$ .....	5 pontos
Calcular $P(\overline{D}) (0,98)$ .....	2 pontos
Escrever $P(F \overline{D}) = 0,9$ .....	1 ponto
Obter $P(\overline{D} \cap F) (0,882)$ .....	2 pontos
Calcular $P(F) (0,89)$ .....	2 pontos
Determinar $P(\overline{F}) (0,11)$ .....	4 pontos

8. .... **12 pontos**

(A)

9. .... **18 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

Considere-se o seguinte acontecimento:

$E$ : «Escrever palavra-passe errada»

Escrever $P(E) = 0,1$ .....	1 ponto
Calcular $P(\overline{E}) (0,9)$ .....	3 pontos
Escrever $0,1^2 \times 0,9 \times 3$ (ou equivalente) ..... (4 + 3 + 5).....	12 pontos
Obter o valor solicitado (0,027) .....	2 pontos

**2.º Processo**

Resposta obtida com recurso às potencialidades da calculadora, utilizando o modelo binomial.

Identificar o número de provas (3) .....	5 pontos
Identificar o número de sucessos (2) .....	7 pontos
Identificar a probabilidade de sucesso (0,1) .....	4 pontos
Obter o valor solicitado (0,027) .....	2 pontos

10. .... 18 pontos

Identificar os valores de  $n$  e  $z$  para um intervalo de confiança a 90% ..... 2 pontos

$n = 625$  ..... 1 ponto

$z = 1,645$  ..... 1 ponto

Determinar o valor de  $\hat{p}$  (0,2) ..... 6 pontos

Obter o intervalo solicitado ]0,17; 0,23[ ..... 10 pontos

### COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 9 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	1.1.	2.	4.2.	5.	6.1.	7.	8.	9.	10.	Subtotal
Cotação (em pontos)	12	20	12	18	18	18	12	18	18	146
Destes 5 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	1.2.	3.	4.1.	4.3.	6.2.	Subtotal				
Cotação (em pontos)	3 x 18 pontos						54			
<b>TOTAL</b>										<b>200</b>