REPÚBLICA PORTUGUESA
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E INOVAÇÃO

IAVE INSTITUTO DE AVALIAÇÃO EDUCATIVA, I.P.

Exame Final Nacional de Matemática B

Prova 735 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2025

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 55/2018, de 6 de julho | Decreto-Lei n.º 62/2023, de 25 de julho

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos. 13 Páginas

A prova inclui 10 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 4 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

Para cada resposta, identifique o item.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora gráfica.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

A prova inclui um formulário.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, apenas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Sempre que recorrer à calculadora, apresente, consoante a situação, todos os elementos relevantes visualizados, como:

- os gráficos obtidos, em referencial cartesiano, com os pontos relevantes para a resolução assinalados (por exemplo, pontos de intersecção de gráficos, pontos de máximos e pontos de mínimos);
- as linhas da tabela obtida que são relevantes para a resolução;
- as listas que introduziu na calculadora para obter as estatísticas relevantes para a resolução (por exemplo, média, desvio padrão, coeficiente de correlação e declive e ordenada na origem de uma reta de regressão).

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r}{180}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{Diagonal\ menor \times Diagonal\ maior}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ menor + Base\ maior}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio)

ou

$\frac{\alpha \pi r^2}{360}$ (α – amplitude, em graus, do ângulo ao centro; r – raio)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – raio)

Área lateral de um cilindro reto: $2\pi r g$ (r – raio da base; g – geratriz)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – raio)

Cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

1. Admita que, numa empresa, o custo total de produção, C, em euros, de um determinado produto, em função da quantidade produzida, x, em unidades, é dado por

$$C(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}5x^2 + 100x + 2000, \text{ com } 0 \leq x \leq 150$$

✱ **1.1.** Complete o texto, de acordo com o modelo apresentado, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II** e **III**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada.

«A empresa tem custos fixos de produção relativamente a este produto, isto é, custos que não dependem da quantidade produzida, no valor de _____**I**_____ euros.

O valor máximo do custo total de produção que a empresa pode ter é de _____**II**_____ euros.

Se a empresa produzir 10 unidades, o custo por unidade é igual a _____**III**_____ euros.»

I	II	III
a) 2000	**a)** 150	**a)** 296
b) 2050	**b)** 10 906,25	**b)** 2960
c) 2100	**c)** 39 500	**c)** 29 600

✱ **1.2.** Determine o número de unidades que a empresa deve produzir, para que o custo total de produção seja de $17\,000$ euros.

2. Pretende-se construir um monumento de homenagem a Luís de Camões. Foram apresentados três projetos, P1, P2 e P3, tendo como base uma esquematização do livro *Os Lusíadas*, tal como se sugere na fotografia da Figura 1.

Figura 1

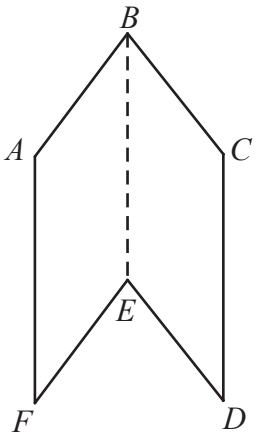


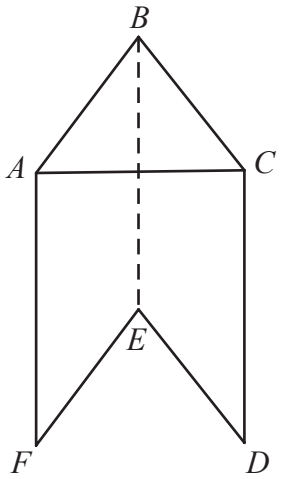
Figura 2

Na Figura 2, que não está à escala, apresenta-se um esquema de parte do monumento, em que:

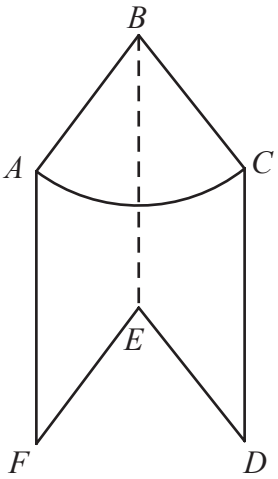
- $[ABEF]$ e $[BCDE]$ são retângulos geometricamente iguais;
- $\overline{AB} = 3\text{ m}$, $\overline{BE} = 4\text{ m}$ e $A\hat{B}C = 60^\circ$.

Os projetos diferem no suporte de abertura do ponto A ao ponto C, como se sugere nos esquemas da Figura 3, que não estão à escala.

Projeto P1



Projeto P2



Projeto P3

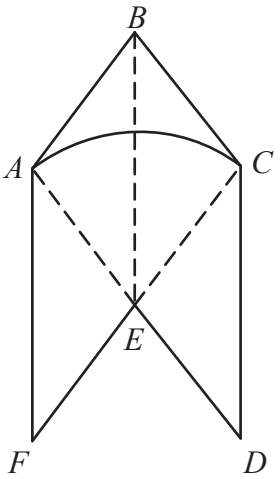


Figura 3

✱ **2.1.** No projeto P1, é proposto um suporte retilíneo, como se sugere no esquema da Figura 3.

Qual é o valor de $\overline{AC}$, em metros, nesse projeto?

(A) 5 **(B)** 4 **(C)** 3 **(D)** $1{,}5$

2.2. Numa primeira seleção, decidiu-se que o monumento a construir teria um suporte de abertura em arco. Esse suporte será de ouro, e pretende-se escolher, de entre os projetos P2 e P3, aquele em que o comprimento do arco AC seja menor.

Como se sugere no esquema da Figura 3:

- no projeto P2, é proposto um suporte com a forma do arco de circunferência AC , com centro no ponto B e raio $\overline{AB}$;
- no projeto P3, é proposto um suporte com a forma do arco de circunferência AC , com centro no ponto E e raio $\overline{AE}$.

Admita que $A\hat{E}C = 35°$.

Qual dos dois projetos, P2 ou P3, deve ser escolhido?

Justifique a sua resposta.

3. O PISA (*Programme for International Student Assessment*), desenvolvido pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico), é um instrumento que visa avaliar a literacia dos alunos de 15 anos em várias áreas.

*** 3.1.** Na Tabela 1, apresentam-se as pontuações médias nas áreas da Leitura e da Matemática, obtidas pelos alunos portugueses de 15 anos, que participaram em algumas edições do PISA, em vários anos.

Tabela 1

Pontuação média em Leitura (x)	**Pontuação média em Matemática** (y)
470	454
478	466
472	466
489	487
488	487
498	492
492	492
477	472

Fonte: Pordata, consultado em setembro de 2024

Admita válido o modelo de regressão linear da pontuação média em Matemática, y, sobre a pontuação média em Leitura, x, obtido a partir dos dados apresentados na tabela.

Suponhamos que, num certo ano, os alunos portugueses de 15 anos que realizaram o teste obtiveram 495 de pontuação média em Leitura.

Estime, com base no modelo proposto, o correspondente valor da pontuação média em Matemática.

Na sua resposta, apresente:

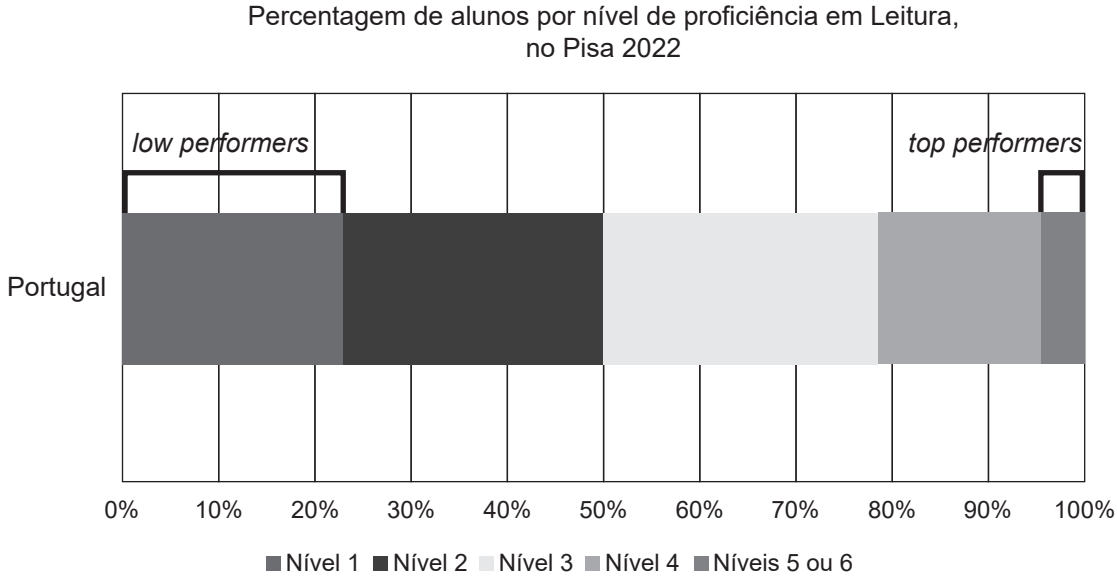
– os valores dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de y sobre x, arredondados com três casas decimais;

– o valor pedido, arredondado às unidades.

*** 3.2.** Em Portugal, no ano de 2022, o PISA foi aplicado a 6793 alunos. As competências de Leitura são classificadas em seis níveis de proficiência, que variam do nível 1 ao nível 6.

O gráfico da Figura 4 é referente aos níveis de proficiência em Leitura, em Portugal. De acordo com este gráfico:

- $4{,}7\%$ dos alunos alcançaram os níveis 5 ou 6 – *top performers*;
- $23{,}1\%$ dos alunos pontuaram abaixo do nível 2 – *low performers*.



Fonte: Relatório Nacional do PISA, 2022

Figura 4

Quantos alunos, aproximadamente, atingiram os níveis 2, 3 ou 4 de proficiência?

(A) 1888 **(B)** 4905 **(C)** 5224 **(D)** 6474

*** 4.** Todos os anos, a Antónia compra vários livros na Feira do Livro de Lisboa, uns para si e outros para oferecer.

Este ano, comprou 3 livros de literatura e 2 livros técnicos, todos diferentes.

A Antónia vai tirar à sorte dois desses livros para os oferecer ao Bruno.

Determine a probabilidade de a Antónia oferecer, pelo menos, um livro de literatura ao Bruno.

Apresente o valor pedido na forma de percentagem.

*** 5.** Numa aula de Física, procedeu-se a uma experiência, utilizando sensores, para medir os valores da velocidade de um robô num determinado trajeto.

Seja v a função que faz corresponder o tempo, t, em segundos, durante os primeiros 120 segundos do movimento do robô, ao respetivo valor da velocidade, em $\mathrm{m/s}$.

Seja F a função que dá a taxa de variação instantânea da função v para cada valor de t.

Sabe-se que:

- entre os 30 segundos e os 50 segundos, a taxa média de variação da função v é um número positivo;
- a partir dos 60 segundos, a velocidade do robô é crescente.

Na Figura 5, estão representados dois gráficos, A e B, em referencial cartesiano e ortogonal.

Gráfico A

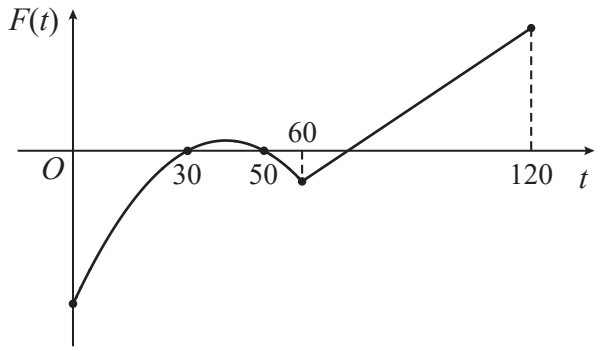


Gráfico B

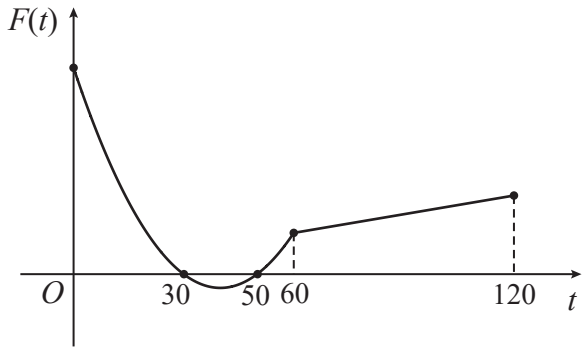


Figura 5

Justifique que nem o Gráfico A nem o Gráfico B podem representar a função F.

Apresente uma justificação para cada um dos gráficos.

6. A Figura 6 é uma fotografia de uma tigela, datada do século XI, com a representação de uma corça, exposta no Museu de Mértola. A Figura 7 é uma representação geométrica plana da vista de cima dessa tigela.

Figura 6

Figura 7

No esquema da Figura 7, que não está à escala, podem observar-se:

- duas circunferências concêntricas, de centro O, com diâmetros $20\ \text{cm}$ e $12\ \text{cm}$;
- uma linha poligonal constituída por dezasseis segmentos de reta, com igual comprimento, cujos vértices pertencem, alternadamente, a uma e outra circunferências.

Em cada uma das circunferências, os arcos de circunferência entre dois pontos consecutivos têm o mesmo comprimento.

*** 6.1.** Determine o comprimento da linha poligonal constituída pelos dezasseis segmentos de reta.

Apresente o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, utilize quatro casas decimais.

*** 6.2.** Na Figura 8, está representado, em referencial ortogonal e monométrico, Oxy, o esquema da Figura 7, em que:

- o ponto A é um vértice da linha poligonal;
- os pontos de intersecção da circunferência de diâmetro $20\ \text{cm}$ com os eixos coordenados são vértices da linha poligonal.

A unidade de medida no referencial é o centímetro.

Determine as coordenadas do ponto A.

Apresente os valores das coordenadas arredondados às décimas.

Em cálculos intermédios, se proceder a arredondamentos, utilize duas casas decimais.

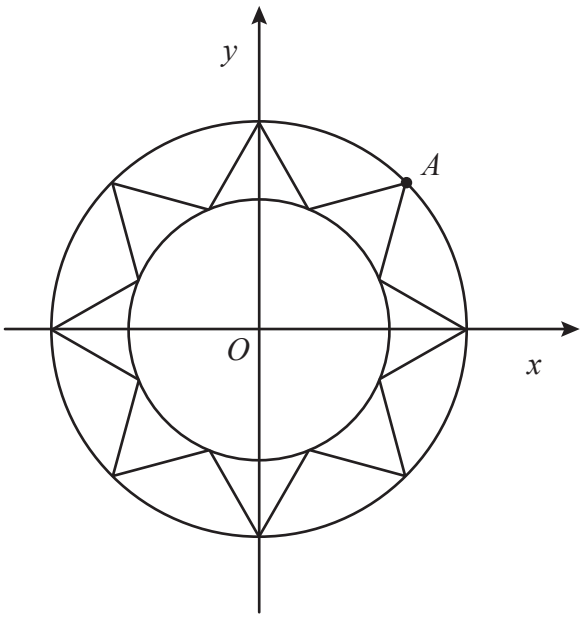


Figura 8

7. Para medir a temperatura, podem utilizar-se diferentes escalas:

- escala Celsius, em graus Celsius $(°C)$, utilizada, por exemplo, na Europa, na qual, em certas condições, $0\ °C$ e $100\ °C$ correspondem, respetivamente, ao ponto de congelamento e ao ponto de ebulição da água;
- escala Fahrenheit, em graus Fahrenheit $(°F)$, utilizada, por exemplo, nos Estados Unidos da América;
- escala Kelvin, em kelvin (K), utilizada no Sistema Internacional, em que $0\ K$ é designado «zero absoluto».

As fórmulas seguintes permitem fazer, respetivamente, conversões de valores de temperatura entre graus Celsius, C, e graus Fahrenheit, F, e entre graus Celsius, C, e kelvin, K.

$$F = 1{,}8C + 32 \qquad\qquad K = C + 273{,}15$$

*** 7.1.** Complete o texto, de acordo com os dados apresentados, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II** e **III**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada.

«O valor da temperatura de congelamento da água, em graus Fahrenheit, é ____**I**____, e o valor da temperatura da ebulição da água, em kelvin, é ____**II**____.

O zero absoluto da escala Kelvin corresponde a ____**III**____ graus Celsius.»

I	**II**	**III**
a) 0	**a)** 100	**a)** $-273{,}15$
b) 18	**b)** $173{,}15$	**b)** 0
c) 32	**c)** $373{,}15$	**c)** $273{,}15$

7.2. Admita que a temperatura média da superfície do Sol é $5778\ K$.

Determine, utilizando as fórmulas apresentadas, o valor da temperatura média da superfície do Sol, em graus Fahrenheit, de acordo com o valor admitido.

Apresente o valor pedido arredondado às unidades.

Em cálculos intermédios, não proceda a arredondamentos.

8. Na Figura 9, estão representados os três primeiros elementos de uma composição geométrica com hexágonos regulares, h_1 , h_2 e h_3 , em que cada hexágono, a partir do segundo, tem $\frac{1}{4}$ da área do hexágono anterior.

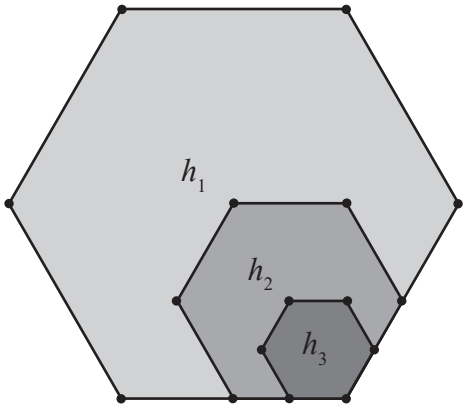


Figura 9

Considere que a área do hexágono h_1 é 1 .

Determine a área do sétimo hexágono desta composição geométrica.

Apresente o valor pedido na forma de fração.

9. Em Portugal, para se apurar o vencedor das eleições presidenciais, utiliza-se o método seguinte:

- realiza-se uma primeira votação, na qual é eleito Presidente da República o candidato que obtiver mais de 50% dos votos validamente expressos;
- se tal não se verificar, realiza-se uma segunda votação em que participam apenas os dois candidatos mais votados na primeira votação, sendo eleito presidente o candidato mais votado na segunda votação.

Na Tabela 2, apresenta-se o resultado da contagem de votos validamente expressos atribuídos a cada candidato concorrente a umas eleições presidenciais, em Portugal.

Tabela 2

Candidato	A	B	C	D
N.º de votos validamente expressos	1 443 683	2 629 597	1 185 867	418 961

Justifique que, nesta eleição, foi necessária a realização da segunda votação e identifique os candidatos que nela participaram.

FIM

COTAÇÕES

As pontuações obtidas nas respostas a estes 10 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.	**1.1.**	**1.2.**	**2.1.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.**	**5.**	**6.1.**	**6.2.**	**7.1.**	**Subtotal**
Cotação (em pontos)	14	18	14	18	14	18	18	18	18	14	**164**
Destes 4 itens, contribuem para a classificação final da prova os 2 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.	**2.2.**	**7.2.**	**8.**	**9.**							**Subtotal**
Cotação (em pontos)	2 × 18 pontos										**36**
TOTAL											**200**

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

ESTA PÁGINA NÃO ESTÁ IMPRESSA PROPOSITADAMENTE

Prova 735

2.ª Fase