



Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Prova 92/2.ª Chamada

8 Páginas

Duração da Prova: 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2013

Escreve, de forma legível, a numeração dos itens, bem como as respetivas respostas. Todas as respostas devem ser registadas na folha de respostas.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, exceto na resolução dos itens em que tenhas a instrução para utilizar material de desenho.

Não é permitido o uso de corretor. Sempre que precisares de alterar ou de anular uma resposta, risca, de forma clara, o que pretendes que fique sem efeito.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresenta apenas uma resposta. Se apresentares mais do que uma resposta a um mesmo item, só a primeira será classificada.

Podes utilizar calculadora (gráfica ou não gráfica)¹ e, como material de desenho e de medição, podes usar régua graduada, esquadro, transferidor, compasso, lápis e borracha.

A prova inclui, nas páginas 2 e 3, um formulário e uma tabela trigonométrica.

Para responderes aos itens de escolha múltipla, escreve, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a opção escolhida.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

¹ Considerando as restrições enunciadas na Informação n.º 24.13, de 2012.12.19.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau

da forma $ax^2 + bx + c = 0$: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

1. A turma T de uma certa escola tem vinte e três alunos, com números de pauta de 1 a 23

1.1. Em algumas aulas, os alunos estão divididos em dois turnos: os alunos com número ímpar pertencem ao primeiro turno e os restantes alunos pertencem ao segundo turno.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno do **primeiro** turno.

Qual é a probabilidade de o aluno escolhido ter um número de pauta superior a 17 ?

Transcreve a letra da opção correta.

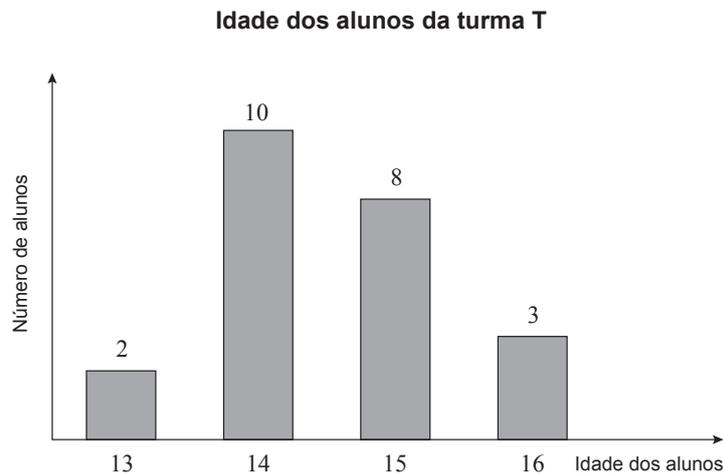
(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{6}$

(D) $\frac{1}{7}$

1.2. No gráfico seguinte, está representada a distribuição das idades dos alunos da turma T.



1.2.1. Indica o que representa o valor da expressão $\frac{2 \times 13 + 10 \times 14 + 8 \times 15 + 3 \times 16}{23}$, tendo em conta os dados do gráfico.

1.2.2. Para a apresentação de um trabalho, escolhe-se, ao acaso, um aluno com 13 anos e um aluno com 16 anos, ambos da turma T. A Maria e o António são alunos desta turma.

A Maria tem 13 anos e o António tem 16 anos.

Qual é a probabilidade de **nenhum** destes alunos fazer parte do par escolhido?

Apresenta a probabilidade na forma de fração.

Mostra como chegaste à tua resposta.

2. Considera o conjunto $A = \mathbb{Z} \cap]-2, 1]$

Qual dos seguintes conjuntos é igual a A ?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) $\{0, 1\}$ (B) $\{-1, 0\}$ (C) $\{-1, 0, 1\}$ (D) $\{-2, -1, 0\}$

3. O nanómetro é uma unidade de medida usada para expressar comprimentos muito pequenos.

Sabe-se que 1 nanómetro equivale a 10^{-9} metros.

A quantos nanómetros equivale 1 metro?

Apresenta a resposta na forma de potência de base 10

4. Seja a um número maior do que 1

Qual das expressões seguintes é equivalente à expressão $\frac{(a^4)^3}{a^5}$?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) a^2 (B) a^7 (C) a^{12} (D) a^{17}

5. Resolve a equação seguinte.

$$2x(x+1) - (1-x) = 1$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{1-2x}{3} \leq 1 + \frac{x+1}{2}$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

7. Sejam x e y duas variáveis reais.

Qual dos seguintes sistemas é um sistema **impossível**?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2(x + y) = 2 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

8. No referencial cartesiano da Figura 1, estão representadas partes dos gráficos de duas funções, f e g , e um quadrado $[OABC]$

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial
- a função f é definida por $f(x) = \frac{10}{x}$ ($x > 0$)
- o gráfico da função g é uma reta que passa na origem do referencial
- o ponto A pertence ao eixo das abscissas
- o ponto C pertence ao eixo das ordenadas
- o ponto B pertence ao gráfico da função f
- o ponto P pertence ao gráfico da função f e ao gráfico da função g e tem abscissa 5

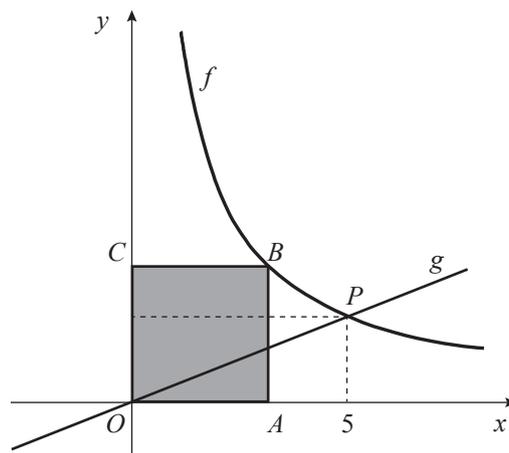


Figura 1

- 8.1. Em qual das opções seguintes estão as coordenadas de um ponto que pertence ao gráfico da função f ?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) $(50, 2)$ (B) $(20, 2)$ (C) $(50, \frac{1}{2})$ (D) $(20, \frac{1}{2})$

- 8.2. Define a função g por uma expressão algébrica.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- 8.3. Qual é a medida exata do comprimento do lado do quadrado $[OABC]$?

9. O quadrilátero $[ABCD]$, representado na Figura 2, é um trapézio retângulo.

Sabe-se que:

- $\overline{AD} = 3$
- $\overline{AB} = 4$
- $\overline{BC} = 5$

O ponto P desloca-se ao longo do segmento de reta $[AB]$

Para cada posição do ponto P , tem-se $\overline{PB} = x$

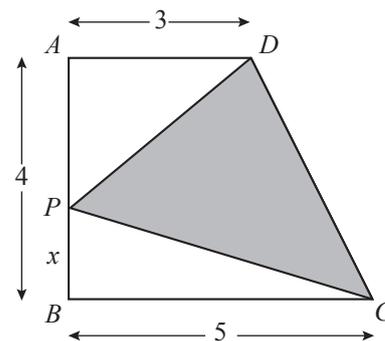


Figura 2

- 9.1. Qual é o valor, arredondado às décimas, da medida do perímetro do quadrilátero $[ABCD]$?

Transcreve a letra da opção correta.

- (A) 16,3 (B) 16,5 (C) 16,7 (D) 16,9

- 9.2. Para um certo valor de x , os triângulos $[DAP]$ e $[CBP]$ são semelhantes, sendo $[AD]$ e $[BC]$ lados correspondentes.

Determina esse valor de x

Mostra como chegaste à tua resposta.

- 9.3. Determina a medida da área do triângulo $[DPC]$ no caso em que $x = 1$

Mostra como chegaste à tua resposta.

10. Na Figura 3, está representada uma circunferência de centro no ponto O

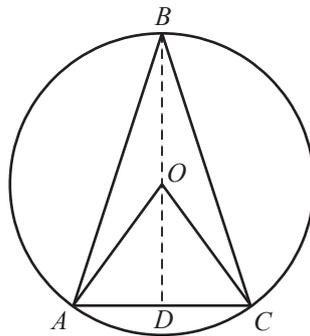


Figura 3

Sabe-se que:

- os pontos A , B e C pertencem à circunferência
- $\overline{BA} = \overline{BC}$
- o segmento de reta $[BD]$ é a altura do triângulo $[ABC]$ relativa à base $[AC]$
- $\widehat{AOC} = 72^\circ$
- $\overline{OA} = 2 \text{ cm}$

- 10.1. Qual é a amplitude, em graus, do ângulo ABC ?

- 10.2. Determina a área do triângulo $[ABC]$

Apresenta o resultado em cm^2 , arredondado às décimas.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

11. Na Figura 4, está representado um recipiente cilíndrico que se encheu com um líquido colorido. Nesse líquido, mergulhou-se um cubo cuja aresta é igual à altura do cilindro. Tal como a Figura 5 sugere, o cubo ficou assente na base do recipiente.

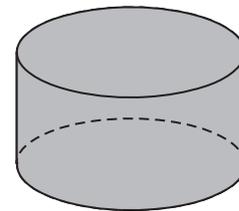


Figura 4

11.1. Qual é a posição do plano que contém a face superior do cubo em relação ao plano que contém a base do recipiente?

11.2. Admite que:

- a aresta do cubo mede 6 cm
- o raio da base do cilindro mede 5 cm

Quando se mergulhou o cubo no recipiente, uma parte do líquido transbordou.

Determina o volume do líquido que **ficou** no recipiente depois de nele se ter mergulhado o cubo (Figura 5).

Apresenta o resultado em cm^3 , arredondado às unidades.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

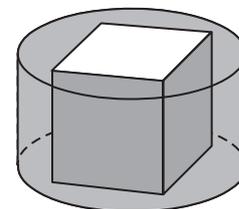


Figura 5

FIM

COTAÇÕES

1.		
1.1.	5 pontos
1.2.		
1.2.1.	4 pontos
1.2.2.	6 pontos
2.	5 pontos
3.	4 pontos
4.	5 pontos
5.	6 pontos
6.	7 pontos
7.	5 pontos
8.		
8.1.	5 pontos
8.2.	6 pontos
8.3.	4 pontos
9.		
9.1.	5 pontos
9.2.	6 pontos
9.3.	6 pontos
10.		
10.1.	4 pontos
10.2.	7 pontos
11.		
11.1.	4 pontos
11.2.	6 pontos
TOTAL		100 pontos