
Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 92/1.ª Fase

Caderno 1: 7 Páginas

Duração da Prova (CADERNO 1 + CADERNO 2): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2015

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
(é permitido o uso de calculadora)

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Paralelogramo: $Base \times Altura$

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do segundo grau

da forma $ax^2 + bx + c = 0$: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na tabela seguinte, apresenta-se a distribuição das alturas de 25 alunos do 9.º ano de uma certa escola. Existem quatro alunos cujas alturas, todas iguais, estão representadas por a , sendo a maior do que 160.

Altura (em centímetros)	150	154	156	160	a
N.º de alunos	6	3	2	10	4

- 1.1. Escolhe-se, ao acaso, um dos 25 alunos.

Qual é a probabilidade de o aluno escolhido ter altura inferior a 155 cm?

Apresenta o resultado na forma de percentagem.

- 1.2. Sabe-se que o valor exato da média das alturas dos 25 alunos é 158 cm

Determina o valor de a

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2. O terraço do António foi pavimentado com 400 ladrilhos quadrados. Cada um desses ladrilhos tem 9 dm^2 de área.

O mesmo terraço poderia ter sido pavimentado com 225 ladrilhos, também quadrados e iguais entre si, mas maiores do que os que foram utilizados.

Qual é o comprimento dos lados de cada um destes 225 ladrilhos?

Apresenta o resultado em decímetros.

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Considera o conjunto $A = \{\sqrt{5}, \sqrt{6,25}, \pi, \sqrt[3]{125}\}$

Qual dos conjuntos seguintes é igual ao conjunto $A \cap \mathbb{Q}$?

(\mathbb{Q} designa o conjunto dos números racionais.)

(A) $\{\sqrt{5}, \pi\}$

(B) $\{\sqrt{6,25}, \pi\}$

(C) $\{\sqrt{5}, \sqrt[3]{125}\}$

(D) $\{\sqrt{6,25}, \sqrt[3]{125}\}$

4. Na Figura 1, está representada uma semicircunferência de diâmetro $[AC]$

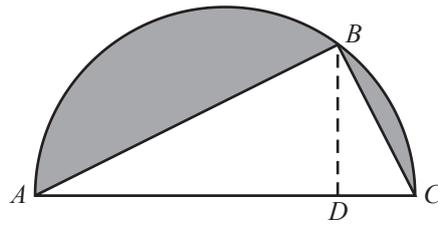


Figura 1

Sabe-se que:

- o ponto B pertence à semicircunferência e o ponto D pertence a $[AC]$
- os segmentos de reta $[BD]$ e $[AC]$ são perpendiculares
- o raio da semicircunferência é igual a 5 cm
- $\overline{BD} = 4\text{ cm}$

4.1. Os triângulos $[ABC]$ e $[ABD]$ são semelhantes.

Considera a semelhança que transforma o triângulo $[ABD]$ no triângulo $[ABC]$

Qual é, nessa semelhança, o lado do triângulo $[ABC]$ que corresponde ao lado $[AB]$ do triângulo $[ABD]$?

4.2. Determina a área da região representada a sombreado.

Apresenta o resultado em cm^2 , arredondado às décimas.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. O Palácio Nacional da Pena está situado em Sintra. Em julho de 2007, foi eleito uma das Sete Maravilhas de Portugal.

A Figura 2 é uma fotografia de uma das torres desse palácio.

Na Figura 3, está representado um modelo geométrico dessa torre.

O modelo não está desenhado à escala.



Figura 2

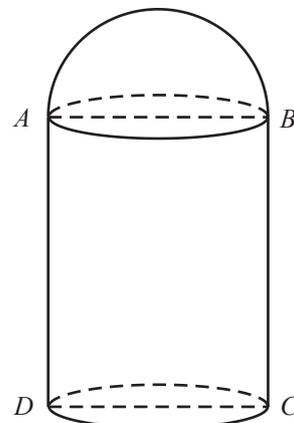


Figura 3

O modelo representado na Figura 3 é um sólido que pode ser decomposto num cilindro e numa semiesfera.

Sabe-se que:

- os pontos A , B , C e D são os vértices de um retângulo
- o raio da base do cilindro é igual ao raio da semiesfera e é igual a 3 cm
- o volume total do sólido é igual a 285 cm^3

5.1. Determina a altura do cilindro.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5.2. Qual é o transformado do ponto A por meio da translação associada ao vetor \overrightarrow{BC} ?

(A) O ponto A

(B) O ponto B

(C) O ponto C

(D) O ponto D

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES

1.		
1.1.	4 pontos
1.2.	6 pontos
2.	6 pontos
3.	3 pontos
4.		
4.1.	4 pontos
4.2.	7 pontos
5.		
5.1.	7 pontos
5.2.	3 pontos
	Subtotal (Cad. 1)	40 pontos



Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 92/1.ª Fase

Caderno 2: 7 Páginas

Duração da Prova (CADERNO 1 + CADERNO 2): 90 minutos. Tolerância: 30 minutos.

2015

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.
(não é permitido o uso de calculadora)

Página em branco

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

6. Escreve o número $\frac{3^{21} \times 3^{-7}}{(3^2)^5}$ na forma de uma potência de base 3

Mostra como chegaste à tua resposta.

7. Considera os intervalos de números reais $A = [0, 4[$ e $B = [3, +\infty[$

Qual dos intervalos seguintes é igual ao conjunto $A \cap B$?

- (A) $[0, 3]$ (B) $[0, +\infty[$ (C) $[3, 4[$ (D) $]4, +\infty[$

8. Nas tabelas seguintes, apresentam-se, em percentagem, as frequências relativas (fr) das classificações do 3.º período, em Matemática, das duas turmas de 9.º ano de uma certa escola.

Turma A

Classificação	1	2	3	4	5
fr (%)	10	10	20	20	40

Turma B

Classificação	1	2	3	4	5
fr (%)	20	20	20	30	10

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A moda das classificações da Turma A é 3
(B) A moda das classificações da Turma B é 3
(C) A mediana das classificações da Turma A é 3
(D) A mediana das classificações da Turma B é 3

9. Resolve a equação seguinte.

$$\frac{x(x-4)}{4} = 9 - x$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

10. Resolve a inequação seguinte.

$$1 - (3x - 2) < 4 + x$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

11. A companhia de circo Palhaço Feliz vende, no decorrer dos espetáculos, dois tipos de objetos: narizes vermelhos e ímanes. Cada nariz vermelho é vendido por 2 euros e cada íman é vendido por 3 euros.

No fim de um certo dia, o diretor da companhia afirmou: «Hoje vendemos 96 objetos e recebemos um total de 260 euros.»

Seja x o número de narizes vermelhos vendidos e seja y o número de ímanes vendidos pela companhia de circo, nesse dia.

Escreve um sistema de equações que permita determinar o número de narizes vermelhos vendidos (valor de x) e o número de ímanes vendidos (valor de y).

Não resolvas o sistema.

12. Seja f uma função de proporcionalidade direta tal que $f(2) = 4$

Seja g a função definida por $g(x) = x^2$

12.1. Qual é o valor de $f(1)$?

12.2. Considera, num referencial cartesiano de origem O , a reta que é o gráfico da função f , a parábola que é o gráfico da função g e o ponto A de coordenadas $(2, 4)$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) O ponto A pertence à reta e à parábola.
- (B) O ponto A pertence à reta, mas não pertence à parábola.
- (C) O ponto A não pertence à reta, mas pertence à parábola.
- (D) O ponto A não pertence à reta nem à parábola.

13. Considera a função h definida por $h(x) = x + 2$

Na Figura 4, estão representadas, em referencial cartesiano, duas retas, r e s

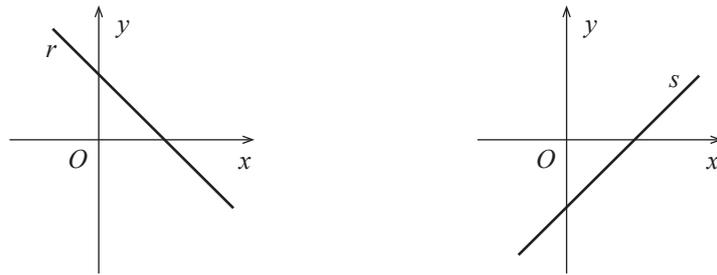


Figura 4

Nem a reta r nem a reta s representam graficamente a função h

Apresenta uma razão que permita garantir que a reta r **não** representa graficamente a função h e uma razão que permita garantir que a reta s **não** representa graficamente a função h

14. Seja $[ABC]$ um triângulo retângulo cuja hipotenusa é $[AB]$

Seja a um número real maior do que 2

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = a - 1$
- $\overline{AC} = \sqrt{7}$
- $\overline{BC} = a - 2$

Determina a

Mostra como chegaste à tua resposta.

15. Considera, no espaço, um ponto A

Qual é o lugar geométrico dos pontos do espaço cuja distância ao ponto A é igual a 5 cm ?

- (A) Esfera de centro no ponto A e raio igual a 5 cm
- (B) Superfície esférica de centro no ponto A e raio igual a 5 cm
- (C) Círculo de centro no ponto A e raio igual a 5 cm
- (D) Circunferência de centro no ponto A e raio igual a 5 cm

16. Na Figura 5, estão representados uma circunferência de centro no ponto O e um triângulo isósceles $[ABC]$

Sabe-se que:

- os pontos A , B e C pertencem à circunferência
- $\overline{AB} = \overline{BC}$
- $[BD]$ é a altura do triângulo $[ABC]$ relativa à base $[AC]$
- a amplitude do arco AC é igual a 100°

A figura não está desenhada à escala.

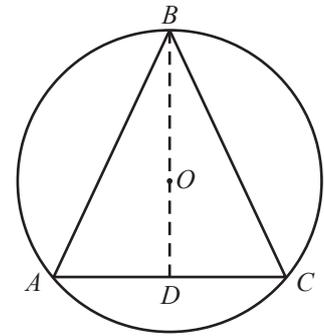


Figura 5

16.1. Qual é a amplitude, em graus, do ângulo CAB ?

Mostra como chegaste à tua resposta.

16.2. Seja α a amplitude de um dos ângulos internos do triângulo $[ABD]$

Sabe-se que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

Identifica esse ângulo, usando letras da Figura 5.

FIM DA PROVA

COTAÇÕES

	Subtotal (Cad. 1)	40 pontos
	<hr/>	
6.	6 pontos
7.	3 pontos
8.	3 pontos
9.	6 pontos
10.	6 pontos
11.	4 pontos
12.		
12.1.	4 pontos
12.2.	3 pontos
13.	6 pontos
14.	6 pontos
15.	3 pontos
16.		
16.1.	6 pontos
16.2.	4 pontos
	Subtotal (Cad. 2)	60 pontos
	<hr/>	
	TOTAL	100 pontos