

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 2.^a Fase | 3.^o Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 1:
7 Páginas

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
É permitido o uso de calculadora.

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Nos termos da lei em vigor, as provas de avaliação externa são obras protegidas pelo Código do Direito de Autor e dos Direitos Conexos. A sua divulgação não suprime os direitos previstos na lei. Assim, é proibida a utilização destas provas, além do determinado na lei ou do permitido pelo IAVE, I.P., sendo expressamente vedada a sua exploração comercial.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

1. O histograma da Figura 1 representa a distribuição da massa corporal de um grupo de alunos. A frequência relativa da classe $[40, 45[$ está representada, em percentagem, por k .

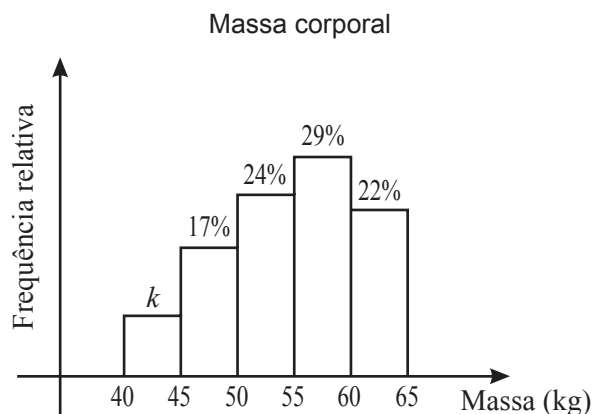


Figura 1

Seleciona-se, ao acaso, um dos alunos do grupo.

Qual é a probabilidade de a sua massa corporal ser inferior a 45 kg ?

- (A) 6% (B) 7% (C) 8% (D) 9%

2. Na Figura 2, está representada a reta real. Nesta reta, estão assinalados os pontos P , Q , R , S , T , U e V .

A distância entre cada dois pontos consecutivos é uma unidade.

A abcissa do ponto Q é a , sendo a um número real.

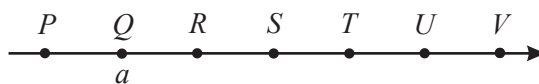


Figura 2

Identifica o segmento de reta de comprimento igual a 1 ao qual pertence o ponto de abcissa $a + 3\sqrt{2}$, recorrendo a letras da figura.

3. Considera que:

- a distância média da Terra ao Sol é igual a 149,6 milhões de quilómetros;
- a distância média de Neptuno ao Sol é 30 vezes a distância média da Terra ao Sol.

Determina a distância média de Neptuno ao Sol.

Apresenta o resultado em quilómetros, escrito em notação científica.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Os catetos de um triângulo retângulo medem 48 cm e 62 cm.

Determina o comprimento da hipotenusa desse triângulo.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Na Figura 3, apresenta-se o esquema de uma estrutura de três pisos onde serão montadas duas escadas rolantes, uma entre o rés do chão e o 1.º andar e outra entre o 1.º andar e o 2.º andar.

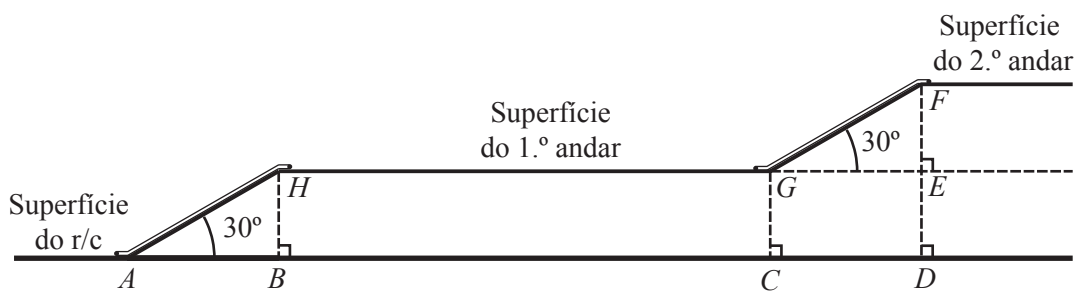


Figura 3

Sabe-se que:

- $\overline{AD} = 23$ m
- $\overline{BC} = 12$ m
- $\overline{AB} = \overline{CD}$
- $\hat{BAH} = \hat{EGF} = 30^\circ$

A figura não está desenhada à escala.

Determina \overline{DF} , ou seja, determina a distância da superfície do rés do chão à superfície do 2.º andar.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às centésimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

6. Na Figura 4, estão representados o cubo $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDV]$.

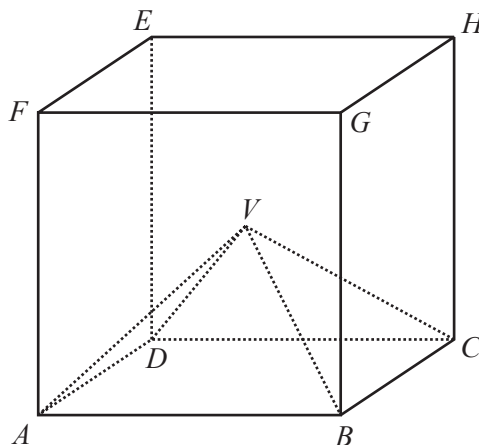


Figura 4

Sabe-se que:

- o vértice V da pirâmide coincide com o centro do cubo;
- o volume do cubo é igual a 729 cm^3 .

6.1. Em qual das opções seguintes está designada uma reta secante e não perpendicular ao plano que contém a face $[ABCD]$?

(A) AH

(B) AD

(C) EH

(D) ED

6.2. Determina o volume da pirâmide $[ABCDV]$.

Apresenta o valor pedido em cm^3 .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

FIM DO CADERNO 1

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item							
Cotação (em pontos)							
1.	2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	
3	4	6	5	7	3	7	35

Prova 92
2.^a Fase
CADERNO 1

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 2.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Entrelinha 1,5, sem figuras

Caderno 1:

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

6 Páginas

Caderno 1: 35 minutos. Tolerância: 10 minutos.
É permitido o uso de calculadora.

A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Só é permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Risca o que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

A prova inclui um formulário, que se encontra no final do Caderno 1.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na tabela seguinte, está indicada a distribuição da massa corporal de um grupo de alunos. A frequência relativa da classe $[40, 45[$ está representada, em percentagem, por k .

Massa corporal (em kg)	Frequência relativa (%)
$[40, 45[$	k
$[45, 50[$	17
$[50, 55[$	24
$[55, 60[$	29
$[60, 65]$	22

Seleciona-se, ao acaso, um dos alunos do grupo.

Qual é a probabilidade de a sua massa corporal ser inferior a 45 kg?

- a) 6%
- b) 7%
- c) 8%
- d) 9%

2. Considera, assinalados na reta real da esquerda para a direita, por esta ordem, os pontos P , Q , R , S , T , U e V .

A distância entre cada dois pontos consecutivos é uma unidade.

A abcissa do ponto Q é a , sendo a um número real.

Identifica o segmento de reta de comprimento igual a 1 ao qual pertence o ponto de abcissa $a + 3\sqrt{2}$, recorrendo a letras que designam os pontos assinalados.

3. Considera que:

- a distância média da Terra ao Sol é igual a 149,6 milhões de quilómetros;
- a distância média de Neptuno ao Sol é 30 vezes a distância média da Terra ao Sol.

Determina a distância média de Neptuno ao Sol.

Apresenta o resultado em quilómetros, escrito em notação científica.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

4. Os catetos de um triângulo retângulo medem 48 cm e 62 cm.

Determina o comprimento da hipotenusa desse triângulo.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às centésimas.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

5. Considera um trapézio isósceles $[ABCD]$ de bases $[AB]$ e $[DC]$.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 23$ cm
- $\overline{DC} = 12$ cm
- $D\hat{A}B = 30^\circ$

Determina a altura, h , do trapézio $[ABCD]$.

Apresenta o valor pedido em metros, arredondado às centésimas.

Se procederes a arredondamentos nos cálculos intermédios, conserva pelo menos três casas decimais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Para resolveres este problema, precisas de um dos valores seguintes:

$$\text{sen } 30^\circ = 0,5000$$

$$\text{cos } 30^\circ = 0,8660$$

$$\text{tg } 30^\circ = 0,5774$$

6. Considera um cubo em que duas faces opostas são $[ABCD]$ e $[EFGH]$. Os segmentos de reta $[AF]$, $[BG]$, $[CH]$ e $[DE]$ são arestas do cubo.

Considera a pirâmide $[ABCDV]$ em que o vértice V da pirâmide coincide com o centro do cubo.

- 6.1. Em qual das opções seguintes está designada uma reta secante e não perpendicular ao plano que contém a face $[ABCD]$?

- a) AH
- b) AD
- c) EH
- d) ED

- 6.2. Sabe-se que o volume do cubo é igual a 729 cm^3 .

Determina o volume da pirâmide $[ABCDV]$.

Apresenta o valor pedido em cm^3 .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Fim do Caderno 1

COTAÇÕES

1.	3 pontos
2.	4 pontos
3.	6 pontos
4.	5 pontos
5.	7 pontos
6.1.....	3 pontos
6.2.	7 pontos
<hr/>	
Subtotal (Cad. 1)	35 pontos

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $\text{Área da base} \times \text{Altura}$

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\text{tg} x = \frac{\text{sen} x}{\text{cos} x}$

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 2.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

Caderno 2:
7 Páginas

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.
Não é permitido o uso de calculadora.

7. Um grupo de quatro alunos, constituído por duas raparigas e dois rapazes, realizou um trabalho na disciplina de Matemática.

A professora vai sortear dois dos elementos do grupo para fazerem a apresentação do trabalho à turma.

Qual é a probabilidade de o par escolhido ser constituído por uma rapariga e um rapaz?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. O diagrama de extremos e quartis da Figura 5 representa um determinado conjunto de dados.

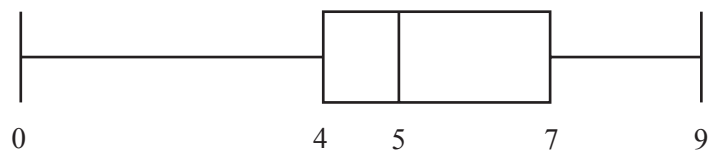


Figura 5

Qual é a amplitude interquartis deste conjunto de dados?

9. Considera o conjunto $X = [-2, 1[\cap \mathbb{Z}$ (\mathbb{Z} é o conjunto dos números inteiros relativos).

Qual dos conjuntos seguintes é igual a X ?

(A) $\{-2, -1\}$

(B) $\{-2, -1, 0\}$

(C) $\{-1, 0, 1\}$

(D) $\{-2, -1, 0, 1\}$

10. Na Figura 6, estão representados, em referencial cartesiano, uma função quadrática f e o triângulo isósceles $[OAB]$.

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o ponto A tem coordenadas $(4, 0)$;
- o ponto B é um ponto do gráfico de f ;
- $\overline{OB} = \overline{AB}$;
- a função f é definida por $f(x) = 4x^2$.

Determina a área do triângulo $[OAB]$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

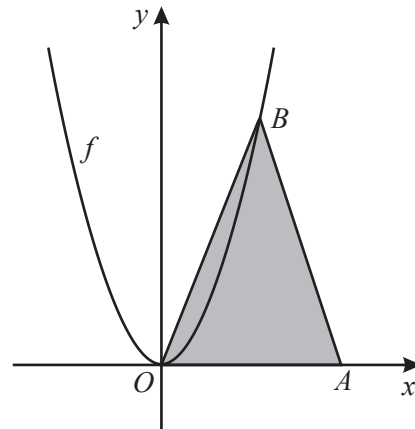
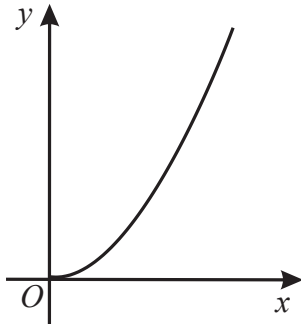


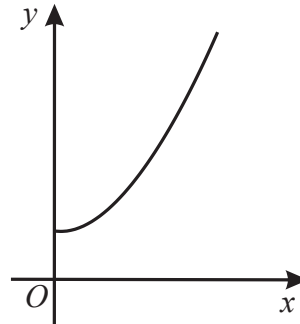
Figura 6

11. Em qual das opções seguintes pode estar representada graficamente uma função de proporcionalidade inversa?

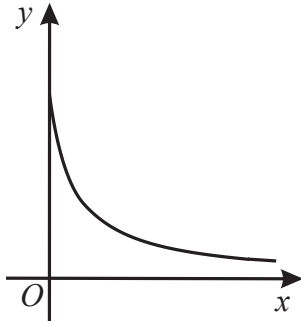
(A)



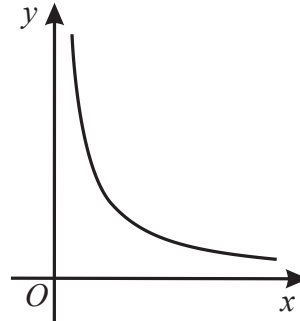
(B)



(C)



(D)



12. Na tabela seguinte, apresentam-se os quatro primeiros termos de uma sucessão.

1.º termo	2.º termo	3.º termo	4.º termo
-2	4	-8	16

O termo geral dessa sucessão é dado por b^n , sendo b um número real.

Qual é o valor de b ?

13. Resolve a equação seguinte.

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Resolve a inequação seguinte.

$$\frac{x+3}{5} > 2(x-1)$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Considera o sistema de equações
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

Qual dos seguintes pares ordenados (x, y) é solução deste sistema?

(A) $(-1, 2)$

(B) $(1, 1)$

(C) $(0, 0)$

(D) $(2, -1)$

16. Escreve o número $(12^3)^2 \times 12^3 \times 3^{-9}$ na forma de uma potência de base 4.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17. Considera um retângulo cujos lados medem x e $x + 3$, com $x > 0$.

Escreve um polinómio que represente a área desse retângulo.

Apresenta o polinómio numa forma reduzida.

Mostra como chegaste à tua resposta.

18. Na Figura 7, estão representados dois triângulos, $[ABC]$ e $[ABD]$, inscritos numa circunferência.

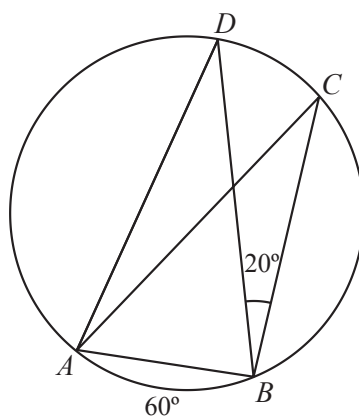


Figura 7

Sabe-se que:

- o triângulo $[ABD]$ é isósceles, sendo $\overline{AD} = \overline{BD}$;
- a amplitude do arco AB é 60° ;
- o ponto C pertence ao arco BD ;
- $\widehat{CBD} = 20^\circ$.

A figura não está desenhada à escala.

Determina a amplitude, em graus, do ângulo ABC .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

19. Na Figura 8, está representado o hexágono regular $[ABCDEF]$.

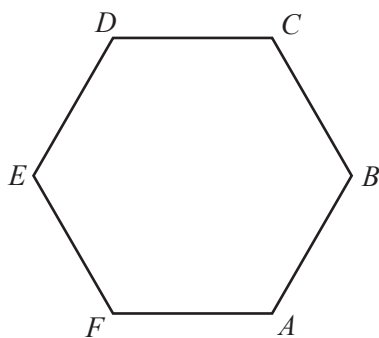


Figura 8

Qual dos pontos seguintes é a imagem do ponto F pela reflexão deslizante de eixo EB e vetor \overrightarrow{FA} ?

(A) Ponto A

(B) Ponto B

(C) Ponto C

(D) Ponto D

20. Na Figura 9, está representado o cubo $[ABCDEFGH]$.

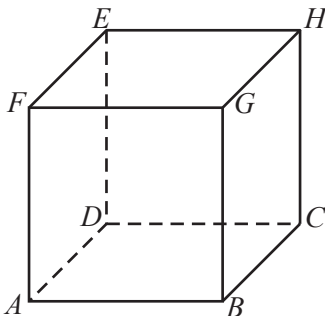


Figura 9

Considera a afirmação seguinte.

«Quaisquer dois planos perpendiculares ao plano que contém a face $[ABCD]$ do cubo são perpendiculares entre si.»

Identifica, recorrendo a letras da figura, dois planos que permitam mostrar que esta afirmação é **falsa**.

FIM DA PROVA

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item														
Cotação (em pontos)														
7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	
6	4	3	6	3	4	6	7	3	6	4	6	3	4	65
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)														100

Prova 92
2.^a Fase
CADERNO 2

Prova Final de Matemática

Prova 92 | 2.ª Fase | 3.º Ciclo do Ensino Básico | 2017

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Entrelinha 1,5, sem figuras

Caderno 2:

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

6 Páginas

Caderno 2: 55 minutos. Tolerância: 20 minutos.

Não é permitido o uso de calculadora.

7. Um grupo de quatro alunos, constituído por duas raparigas e dois rapazes, realizou um trabalho na disciplina de Matemática.

A professora vai sortear dois dos elementos do grupo para fazerem a apresentação do trabalho à turma.

Qual é a probabilidade de o par escolhido ser constituído por uma rapariga e um rapaz?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Os extremos e os três quartis de um determinado conjunto de dados são 0, 4, 5, 7, 9.

Qual é a amplitude interquartis daquele conjunto de dados?

9. Considera o conjunto $X = [-2, 1[\cap \mathbb{Z}$ (\mathbb{Z} é o conjunto dos números inteiros relativos).

Qual dos conjuntos seguintes é igual a X ?

- a) $\{-2, -1\}$
- b) $\{-2, -1, 0\}$
- c) $\{-1, 0, 1\}$
- d) $\{-2, -1, 0, 1\}$

10. Considera, num referencial cartesiano de origem no ponto O , o gráfico da função quadrática f definida por $f(x) = 4x^2$ e o triângulo isósceles $[OAB]$, tal que:

- o ponto A tem coordenadas $(4, 0)$;
- o ponto B é um ponto do gráfico de f ;
- $\overline{OB} = \overline{AB}$.

Determina a área do triângulo $[OAB]$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

11. Que nome se dá ao gráfico cartesiano de uma função de proporcionalidade inversa?

- a) Parábola
- b) Semirreta
- c) Circunferência
- d) Ramo de hipérbole

12. Na tabela seguinte, apresentam-se os quatro primeiros termos de uma sucessão.

1.º termo	-2
2.º termo	4
3.º termo	-8
4.º termo	16

O termo geral dessa sucessão é dado por b^n , sendo b um número real.

Qual é o valor de b ?

13. Resolva a equação seguinte.

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

14. Resolva a inequação seguinte.

$$\frac{x+3}{5} > 2(x-1)$$

Apresenta o conjunto solução na forma de intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Considera o sistema de equações $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 0 \end{cases}$

Qual dos seguintes pares ordenados (x, y) é solução deste sistema?

- a) $(-1, 2)$
- b) $(1, 1)$
- c) $(0, 0)$
- d) $(2, -1)$

16. Escreve o número $(12^3)^2 \times 12^3 \times 3^{-9}$ na forma de uma potência de base 4.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

17. Considera um retângulo cujos lados medem x e $x + 3$, com $x > 0$.

Escreve um polinómio que represente a área desse retângulo.

Apresenta o polinómio numa forma reduzida.

Mostra como chegaste à tua resposta.

18. Considera uma circunferência e um triângulo isósceles $[ABC]$ cujos vértices são pontos dessa circunferência, sendo $\overline{AC} = \overline{BC}$.

Sabe-se que:

- a amplitude do arco AB é 60° ;
- o ponto C pertence ao arco maior AB .

Determina a amplitude, em graus, do ângulo ABC .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

19. Considera um hexágono regular $[ABCDEF]$.

Qual dos pontos seguintes é a imagem do ponto F pela reflexão deslizante de eixo EB e vetor \overrightarrow{FA} ?

- a) Ponto A
- b) Ponto B
- c) Ponto C
- d) Ponto D

20. Considera um cubo em que duas faces opostas são $[ABCD]$ e $[EFGH]$. Os segmentos de reta $[AF]$, $[BG]$, $[CH]$ e $[DE]$ são arestas do cubo.

Considera a afirmação seguinte.

«Quaisquer dois planos perpendiculares ao plano que contém a face $[ABCD]$ do cubo são perpendiculares entre si.»

Identifica, recorrendo a letras que representam vértices do cubo, dois planos que permitam mostrar que a afirmação é **falsa**.

Fim da Prova

COTAÇÕES

	Subtotal (Cad. 1)	35 pontos
7.	6 pontos
8.	4 pontos
9.	3 pontos
10.	6 pontos
11.	3 pontos
12.	4 pontos
13.	6 pontos
14.	7 pontos
15.	3 pontos
16.	6 pontos
17.	4 pontos
18.	6 pontos
19.	3 pontos
20.	4 pontos
	Subtotal (Cad. 2)	65 pontos
	TOTAL	100 pontos